

Негосударственное частное образовательное учреждение
высшего образования
"Алтайский экономико-юридический институт"
Кафедра общих математических и естественнонаучных дисциплин

УТВЕРЖДАЮ
Ректор Алтайского экономико-
юридического института
Ю. С. В. И. Степанов
" 24 " *август* 2016 г.



Рабочая программа по дисциплине

Математический анализ

для направления 38.03.01 Экономика
квалификация (степень) "бакалавр"

Профиль подготовки
"Финансы и кредит"

Барнаул 2016

Оглавление

1. Цели и задачи дисциплины.....	3
2. Место дисциплины в структуре ООП, требования к знаниям, умениям и навыкам студента.....	4
3. Учебно-тематический план дисциплины (с указанием общей трудоемкости и количеством часов, отводимых на различные разделы и виды учебной деятельности).....	5
4. Содержание дисциплины.....	6
5. Планы практических занятий.....	17
6. Самостоятельная работа студентов.....	39
7. Образовательные технологии, используемые в преподавании дисциплины.....	48
8. Критерии оценки результатов обучения.....	49
9. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов освоения программы дисциплины.....	51
10. Комплект оценочных средств по дисциплине.....	53
11. Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины.....	85
12. Информационное обеспечение учебной дисциплины.....	86
13. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	87

1. Цели и задачи дисциплины.

Целью преподавания данной дисциплины является формирование у обучающихся представлений о месте и роли одного из основных разделов математики в современном мире, повышение уровня фундаментальной подготовки, ориентация студентов на использование методов математического анализа при решении прикладных задач.

Фундаментальность математической подготовки включает в себя достаточную общность математических понятий и конструкций, обеспечивающую широкий спектр их применимости, разумную точность формулировок математических свойств изучаемых объектов, логическую строгость изложения математики, опирающуюся на адекватный современный математический язык.

К основным **задачам** курса относятся:

- воспитание достаточно высокой математической культуры;
- развитие у студентов логического и алгоритмического мышления;
- освоение основных методов математического анализа, готовность их использовать в профессиональной деятельности.

Математическая культура включает в себя ясное понимание необходимости математического образования, в том числе выработку представления о роли и месте математики в современной цивилизации и мировой культуре, умение логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами, грамотно использовать математические понятия и символы.

Развитие логического и алгоритмического мышления необходимо для овладения основными специальными дисциплинами направления и играет решающую роль в системе профессиональной подготовки специалистов.

2. Место дисциплины в структуре ООП, требования к знаниям, умениям и навыкам студента.

Согласно ФГОС ВО дисциплина «Математический анализ» относится к базовой части Блока 1 программы бакалавриата. Имеются тесные логические связи с другими дисциплинами математической направленности, включёнными в учебный план направления 38.03.01: «Линейная алгебра», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Методы оптимальных решений», «Математические методы в экономике» и др.

Для успешного освоения дисциплины «Математический анализ» необходимы знания, умения, навыки, полученные при изучении школьного курса математики.

Навыки использования основных понятий и методов математического анализа необходимы для изучения большинства дисциплин как естественнонаучного, так и профессионального циклов учебных планов всех направлений.

Кроме того, развитие логического и алгоритмического мышления необходимо для овладения основными специальными дисциплинами и играет решающую роль в системе профессиональной подготовки специалистов.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

В результате освоения дисциплины студент должен:

Код компетенции	Формулировка компетенции
ОК-7	способность к самоорганизации и самообразованию

Знать:

- основные понятия теории пределов;
- основные понятия дифференциального и интегрального исчисления;
- основные понятия теории дифференциальных уравнений;
- основные понятия теории рядов.

Уметь:

- применять основные методы математического анализа;
- решать дифференциальные уравнения 1-го и 2-го порядков;
- исследовать ряды на сходимость.

Владеть:

- методами математического анализа;
- методами решения дифференциальных уравнений;
- методами применения рядов в приближённых вычислениях.

3. Учебно-тематический план дисциплины (с указанием общей трудоемкости и количеством часов, отводимых на различные разделы и виды учебной деятельности).

Общая трудоемкость дисциплины – **8 зачетных единиц (288 часов)**

№ п/п	Раздел (тема) учебной дисциплины	Виды учебной деятельности, и трудоемкость (в часах)					Контактная работа с преподавателем
		Лекции	Практические занятия (семинары)	СРС	Контроль	Всего часов	
1	Раздел 1. Предел и непрерывность функций.	6	8	12	8	34	14
2	Раздел 2. Дифференцирование функций одной переменной.	6	8	12	8	34	14
3	Раздел 3. Приложение производной.	6	8	12	8	34	14
4	Раздел 4. Функции нескольких переменных.	6	8	12	8	34	14
5	Раздел 5. Неопределённый интеграл.	6	8	12	8	34	14
6	Раздел 6. Определённый интеграл.	6	8	12	8	34	14
7	Раздел 7. Дифференциальные уравнения.	6	8	12	8	34	14
8	Раздел 8. Ряды.	12	16	15	7	50	28
	ИТОГО:	54	72	99	63	288	126
	Форма промежуточной аттестации – экзамен						

4. Содержание дисциплины.

Раздел 1. Предел и непрерывность функций.

Тема 1. Определение и свойства предела функции. Понятие неопределённости. Пределы числовых последовательностей.

Информативная лекция.

Предел последовательности. Примеры. Ограниченные и неограниченные последовательности. Монотонные последовательности.

Предел функции. Основные виды неопределенностей. Раскрытие неопределенностей при вычислении пределов последовательностей и функций. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Их связь.

Тема 2. Непрерывность и точки разрыва функций. Замечательные пределы.

Лекция с разбором конкретных ситуаций.

Основные теоремы о пределах. Признаки существования пределов.

Первый и второй замечательные пределы. Следствия из первого и второго замечательного пределов.

Непрерывность функции в точке. Свойства непрерывных функций. Непрерывность основных элементарных функций.

Точки разрыва. Классификация точек разрыва. Односторонние пределы.

Тема 3. Свойства непрерывных функций.

Информативная лекция.

Свойства непрерывных функций.

Непрерывность функции на интервале и на отрезке. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

Исследование функций на непрерывность и схематичное построение графиков вблизи точек разрыва.

Тема 4. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций, применение для вычисления пределов.

Информативная лекция.

Свойства бесконечно малых функций. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентность бесконечно малых функций.

Применение эквивалентности бесконечно малых к вычислению пределов.

Раздел 2. Дифференцирование функций одной переменной.

Тема 5. Определение производной, её геометрический и механический смысл. Уравнение касательной и нормали к кривой. Правила дифференцирования.

Информативная лекция.

Задачи, приводящие к понятию производной: задача о скорости (физический смысл производной); задача о касательной (геометрический смысл производной).

Производная функции. Односторонние производные в точке. Правила дифференцирования основных элементарных функций. Правила дифференцирования функции одной независимой переменной.

Уравнение касательной и нормали к кривой.

Тема 6. Производная сложной и обратной функций. Производные параметрически и неявно заданных функций.

Проблемная лекция.

Производная сложной и обратной функций. Производные параметрически и неявно заданных функций. Примеры.

Логарифмическое дифференцирование. Применение к вычислению производных.

Тема 7. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Свойства дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков.

Информативная лекция.

Дифференциал функции, его геометрический смысл. Дифференциал суммы, произведения, частного. Инвариантность формы первого дифференциала. Приближенные вычисления с помощью дифференциала функции.

Производные и дифференциалы высших порядков. Примеры.

Раздел 3. Приложение производной.

Тема 8. Теоремы о среднем. Вычисление пределов с помощью правила Лопиталя.

Информативная лекция.

Теоремы о среднем: теорема Ролля, теорема Коши, теорема Лагранжа. Следствие из теоремы Лагранжа. Применение теорем о среднем в приближенном вычислении.

Теорема Лопиталю. Вычисление пределов с помощью правила Лопиталю. Раскрытие неопределенностей.

Тема 9. Формула Тейлора.

Лекция с разбором конкретных ситуаций.

Формула Тейлора. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Разложение многочленов по формуле Тейлора. Разложение функций в окрестности точки по формуле Тейлора.

Формула Маклорена. Разложение основных элементарных функций по формуле Маклорена.

Тема 10. Исследование функций с помощью 1-й производной. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.

Лекция с разбором конкретных ситуаций.

Исследование функций с помощью 1-й производной (интервалы возрастания и убывания функций, необходимое и достаточное условия существования экстремума).

Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке. Решение текстовых задач на наибольшее и наименьшее значение функции.

Тема 11. Исследование функций с помощью 2-й производной. Общая схема исследования и построение графика функции.

Лекция с разбором конкретных ситуаций.

Исследование функций с помощью 2-й производной (выпуклость, вогнутость, точки перегиба графика функции).

Общая схема исследования и построение графика функции. Пример исследования и построения графика функции.

Раздел 4. Функции нескольких переменных.

Тема 12. Способы задания функции нескольких переменных, предел и непрерывность. Частные производные различных порядков.

Информативная лекция.

Функции многих переменных. Основные понятия. Предел и непрерывность функции многих переменных.

Частные приращения. Частные производные по независимым переменным. Смешанные производные.

Необходимое условие дифференцируемости функции многих переменных. Достаточное условие дифференцируемости функции многих переменных.

Тема 13. Полное приращение и полный дифференциал. Производная сложной и неявно заданной функции.

Информативная лекция.

Полное приращение и полный дифференциал. Геометрический смысл полного дифференциала.

Приближенные вычисления с помощью полного дифференциала. Инвариантность формы первого дифференциала функции многих переменных.

Производная сложной и неявно заданной функции многих переменных.

Тема 14. Экстремум функции 2-х переменных. Наибольшее и наименьшее значение функции в ограниченной замкнутой области.

Проблемная лекция.

Экстремум функции 2-х переменных. Необходимое условие экстремума функции 2-х переменных. Достаточное условие экстремума функции 2-х переменных. Признак Сильвестра.

Наибольшее и наименьшее значение функции в ограниченной замкнутой области.

Тема 15. Метод наименьших квадратов. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.

Лекция-беседа.

Метод наименьших квадратов. Его применение. Получение нормальной системы уравнений.

Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Примеры.

Тема 16. Скалярное поле. Линии и поверхности уровня. Производная по направлению и градиент.

Лекция-беседа.

Скалярное поле. Линии и поверхности уровня. Производная по направлению и градиент.

Свойства градиента функции многих переменных.

Раздел 5. Неопределённый интеграл.

Тема 17. Первообразная функции. Неопределенный интеграл и его свойства. Замена переменных и интегрирование по частям.

Информативная лекция.

Первообразная функция. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов.

Методы интегрирования: непосредственное интегрирование; способ подстановки (замены переменных); интегрирование «по частям».

Тема 18. Интегрирование рациональных дробей.

Лекция с разбором конкретных ситуаций.

Интегрирование рациональных дробей. Выделение целой части в неправильных дробях.

Интегрирование квадратного трехчлена. Специальные подстановки.

Тема 19. Интегрирование тригонометрических выражений. Интегрирование иррациональных выражений.

Информативная лекция.

Интегрирование некоторых тригонометрических функций. Основная тригонометрическая подстановка.

Интегрирование тригонометрических выражений.

Интегрирование иррациональных выражений. Специальные подстановки.

Интегралы, не берущиеся в элементарных функциях.

Раздел 6. Определённый интеграл.

Тема 20. Определённый интеграл. Геометрический и физический смысл. Дифференцирование по верхнему пределу. Формула Ньютона - Лейбница.

Информативная лекция.

Интегральные суммы и определенный интеграл. Свойства определенного интеграла. Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.

Замена переменных в определенном интеграле. Интегрирование «по частям».

Тема 21. Замена переменных в определённом интеграле. Интегрирование по частям. Несобственные интегралы.

Информативная лекция.

Замена переменных в определённом интеграле. Интегрирование «по частям».

Понятие несобственного интеграла. Несобственные интегралы 1-го рода. Несобственные интегралы 2-го рода. Их вычисление. Сходимость несобственных интегралов.

Тема 22. Геометрическое приложение определённого интеграла.

Информативная лекция.

Геометрические приложения определенного интеграла.

Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление длины дуги кривой. Вычисление объема тела по известным площадям его параллельных сечений. Объем тел вращения. Площадь поверхности тела вращения.

Раздел 7. Дифференциальные уравнения.

Тема 23. Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Общие понятия. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.

Информативная лекция.

Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Общие понятия. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными и с разделенными переменными. Примеры.

Задача Коши о существовании и единственности общего решения дифференциального уравнения.

Интегральные кривые и общий интеграл дифференциального уравнения.

Тема 24. Однородные дифференциальные уравнения. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка, дифференциальные уравнения Бернулли. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах.

Информативная лекция.

Однородные дифференциальные уравнения.

Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка, дифференциальные уравнения Бернулли. Методы решения линейного дифференциального уравнения и уравнения Бернулли. Примеры.

Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах. Методы решения дифференциальных уравнений в полных дифференциалах. Примеры.

Тема 25. Дифференциальные уравнения порядка выше первого. Общие понятия. Понижение порядка.

Информативная лекция.

Дифференциальные уравнения порядка выше первого. Общие понятия. Понижение порядка в дифференциальных уравнениях высших порядков.

Виды дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка. Способы решений дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка.

Тема 26. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка. Теоремы о структуре общего решения. Метод вариации.

Информативная лекция.

Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка. Свойства решений. Теоремы о структуре общего решения.

Задача Коши для линейных дифференциальных уравнений 2-го порядка.

Метод вариации постоянных.

Тема 27. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

Информативная лекция.

Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

Неоднородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Специальный вид правой части. Метод неопределенных коэффициентов.

Тема 28. Системы дифференциальных уравнений.

Информативная лекция.

Системы дифференциальных уравнений. Однородные и неоднородные системы дифференциальных уравнений.

Задача Коши для систем дифференциальных уравнений.

Метод подстановки решения систем дифференциальных уравнений. Метод Эйлера.

Интегрируемы системы дифференциальных уравнений.

Раздел 8. Ряды.

Тема 29. Определение и свойства сходящегося числового ряда. Признаки сходимости знакоположительных рядов. Ряд Дирихле.

Информативная лекция.

Определение и свойства сходящегося числового ряда. Необходимый признак сходимости ряда. Достаточный признак расходимости ряда.

Признаки сходимости знакоположительных рядов (интегральный признак, признаки сравнения). Ряд Дирихле. Ряд из членов геометрической прогрессии. Примеры.

Тема 30. Признаки Даламбера, Коши. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.

Информативная лекция.

Признаки Даламбера, Коши. Примеры. Случаи применения данных признаков при исследовании сходимости рядов.

Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость. Примеры.

Тема 31. Степенные ряды.

Информативная лекция.

Степенные ряды. Теорема Абеля.

Область сходимости. Радиус сходимости степенного ряда. Примеры.

Тема 32. Ряд Тейлора. Разложение функций в степенные ряды.

Информативная лекция.

Ряд Тейлора. Разложение функций в степенные ряды. Примеры.

Ряд Маклорена. Разложения в ряд Маклорена основных элементарных функций. Интервалы сходимости этих рядов.

Тема 33. Приложение степенных рядов.

Информативная лекция.

Приложение степенных рядов. Приближенные вычисления с помощью степенных рядов.

Вычисление определенных интегралов с помощью разложения подынтегральных функций в ряд.

Решение дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов. Метод неопределенных коэффициентов. Метод последовательного дифференцирования. Примеры.

Результаты освоения учебной дисциплины.

	Наименование раздела	Результат освоения
1	Предел и непрерывность функции.	<p>Знать: правила раскрытия неопределённостей; свойства непрерывных функций.</p> <p>Уметь: вычислять пределы; определять точки разрыва функции.</p> <p>Владеть: методами вычисления пределов; методами исследования функции на непрерывность.</p>
2	Дифференцирование функции одной переменной.	<p>Знать: правила вычисления производных.</p> <p>Уметь: находить производные функции.</p> <p>Владеть: методами вычисления производных.</p>
3	Приложение производной.	<p>Знать: правило Лопиталю; приложения производной при исследовании функции; метод определения наибольшего и наименьшего значений функции</p> <p>Уметь: вычислять пределы с помощью правила Лопиталю; исследовать и строить график функции; находить наибольшее и наименьшее значения функции.</p> <p>Владеть: методами применения производной для раскрытия неопределённостей; методами исследования и построения графика функции; методами нахождения</p>

		наибольшего и наименьшего значений функции.
4	Функции нескольких переменных.	<p>Знать: основные понятия: предел и непрерывность; частные производные; метод исследования функции 2-х переменных на экстремум; скалярное поле и его характеристики; скалярное поле и его характеристики.</p> <p>Уметь: вычислять частные производные; исследовать функции 2-х переменных на экстремум; находить производную по направлению и градиент скалярного поля.</p> <p>Владеть: методами вычисления частных производных; методами исследования функции 2-х переменных на экстремум; методами определения дифференциальных характеристик скалярного поля.</p>
5	Неопределённый интеграл.	<p>Знать: основные методы вычисления неопределённых интегралов.</p> <p>Уметь: вычислять неопределённые интегралы с помощью основных методов интегрирования.</p> <p>Владеть: основными методами интегрирования.</p>

6	Определённый интеграл.	<p>Знать: определение определённого интеграла; приложение определённого интеграла; связь с неопределённым интегралом</p> <p>Уметь: вычислять определённые интегралы с помощью формулы Ньютона-Лейбница; применять определённый интеграл в прикладных задачах.</p> <p>Владеть: основными методами вычисления и применения определённого интеграла.</p>
7	Дифференциальные уравнения.	<p>Знать: основные методы решения дифференциальных уравнений; приложение дифференциальных уравнений.</p> <p>Уметь: решать дифференциальные уравнения 1-го порядка (с разделяющимися переменными, однородные, линейные, в полных дифференциалах) и дифференциальные уравнения 2-го порядка (допускающие понижение порядка и линейные).</p> <p>Владеть: методами составления и решения дифференциальных уравнений 1-го и 2-го порядков.</p>
8	Ряды.	<p>Знать: основные понятия: сходимость ряда; признаки сходимости числовых рядов; область сходимости степенных рядов; приложение степенных рядов.</p> <p>Уметь: исследовать ряды на сходимость; производить приближённые вычисления с помощью рядов.</p> <p>Владеть: методами исследования числовых и степенных рядов.</p>

5. Планы практических занятий.

ЗАНЯТИЕ 1.

Тема: Предел функции. Понятие неопределённости. Пределы числовых последовательностей.

1. Предел функции.
2. Предел последовательности.
3. Раскрытие простейших неопределённостей.

Практические задания.

- 1) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x}{6x^2 + 2x - 1}$.
- 2) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 - x - 3}{x^2 - 1}$.
- 3) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1 + 2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$.
- 4) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 + 2x - 3}$.
- 5) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + x - 3}{x^2 + 2x - 3}$.
- 6) Вычислить предел: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{n-1}{n^2} \right)$.

Основная литература:

- 1) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н. Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.
- 2) Малугин В.А. Математический анализ: учебное пособие/ В.А. Малугин - М.: ЭКСМО, 2010.-592 с.
- 3) Змеев О. А. Математический анализ. Ч. 1: учебное пособие/ О. А. Змеев, А. Ф. Терпугов, Р. Т. Якупов. - Томск: Изд-во НТЛ, 2006. - 176 с.

Дополнительная литература:

- 1) Кузнецова Т.А., Мироненко Е.С., Розанова С.А., Сирота А.И. и др. Высшая математика. - М.: Физматлит, 2009. – 168с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>
- 2) Макаров С.И. Математика для экономистов. - М.: КНОРУС, 2011. - 264 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>
- 3) Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 575 с.

4) Геворкян П.С. Математика. Математический анализ: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2012.–344 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

5) Ильин В. А. Высшая математика: учебник/ В. А. Ильин, А. В. Куркина. - М.: Проспект, 2006. - 600 с.

ЗАНЯТИЕ 2, 3.

Тема: Непрерывность и точки разрыва функций. Свойства непрерывных функций. Замечательные пределы.

1. Исследование функций на непрерывность.
2. Классификация разрывов.
3. Первый замечательный предел.
4. Второй замечательный предел.

Практические задания:

1) Исследовать на непрерывность функцию и определить тип точек разрыва, если они есть:

$$f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \leq 0 \\ x^2 + 1, & 0 < x < 1. \\ x, & x \geq 1 \end{cases}$$

2) Исследовать функцию $y = 4^{\frac{1}{2-x}}$ на непрерывность. Указать тип точек разрыва, сделать схематический рисунок.

3) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x^2}$.

4) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{3x^2}$.

5) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3x}\right)^{2x}$.

6) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{-x}$.

Основная литература:

1) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н. Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.

2) Малугин В.А. Математический анализ: учебное пособие/ В.А. Малугин - М.: ЭКСМО, 2010.–592 с.

3) Змеев О. А. Математический анализ. Ч. 1: учебное пособие/ О. А. Змеев, А. Ф. Терпугов, Р. Т. Якупов. - Томск: Изд-во НТЛ, 2006. - 176 с.

Дополнительная литература:

1) Кузнецова Т.А., Мироненко Е.С., Розанова С.А., Сирота А.И. и др. Высшая математика. - М.: Физматлит, 2009. – 168с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

2) Макаров С.И. Математика для экономистов. - М.: КНОРУС, 2011. - 264 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

3) Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 575 с.

4) Геворкян П.С. Математика. Математический анализ: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2012.–344 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

5) Ильин В. А. Высшая математика: учебник/ В. А. Ильин, А. В. Куркина. - М.: Проспект, 2006. - 600 с.

ЗАНЯТИЕ 4.

Тема: Бесконечно малые и бесконечно большие функции.

1. Вычисление пределов с помощью эквивалентности.
2. Замена переменных в пределе.

Практические задания:

1) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{\sin x^2}$.

2) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}^2 x}{1 - \cos x}$.

3) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{3x}$.

4) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\ln(1 - 2x^2)}$.

5) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cos \frac{\pi}{4} x}{x^2 - 2x}$.

Основная литература:

1) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н. Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.

2) Малугин В.А. Математический анализ: учебное пособие/ В.А. Малугин - М.: ЭКСМО, 2010.–592 с.

3) Змеев О. А. Математический анализ. Ч. 1: учебное пособие/ О. А. Змеев, А. Ф. Терпугов, Р. Т. Якупов. - Томск: Изд-во НТЛ, 2006. - 176 с.

Дополнительная литература:

1) Кузнецова Т.А., Мироненко Е.С., Розанова С.А., Сирота А.И. и др. Высшая математика. - М.: Физматлит, 2009. – 168с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

2) Макаров С.И. Математика для экономистов. - М.: КНОРУС, 2011. - 264 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

3) Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 575 с.

4) Геворкян П.С. Математика. Математический анализ: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2012.–344 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

5) Ильин В. А. Высшая математика: учебник/ В. А. Ильин, А. В. Куркина. - М.: Проспект, 2006. - 600 с.

ЗАНЯТИЕ 5.

Тема: Производная. Уравнение касательной и нормали к кривой. Правила дифференцирования.

1. Табличное дифференцирование.
2. Нахождение производной суммы, произведения, частного.
3. Составление уравнений касательной и нормали к кривой.

Практические задания:

1) Найти производную функции: $y = \frac{x^5}{5} - x^{-4} + \sqrt{x}$.

2) Найти производную функции: $y = \frac{5x-8}{7}$.

3) Найти производную функции: $y = \left(\sqrt[3]{x^2} + x \cdot \sqrt[5]{x} \right) \cdot \log_2 x$.

4) Найти производную функции: $y = \frac{e^x}{x-1}$.

5) Написать уравнение касательной и нормали к кривой $y = x^2 - 7x + 3$ в точке с абсциссой $x = 1$.

Основная литература:

1) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н. Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.

2) Малугин В.А. Математический анализ: учебное пособие/ В.А. Малугин - М.: ЭКСМО, 2010.–592 с.

3) Змеев О. А. Математический анализ. Ч. 1: учебное пособие/ О. А. Змеев, А. Ф. Терпугов, Р. Т. Якупов. - Томск: Изд-во НТЛ, 2006. - 176 с.

Дополнительная литература:

1) Красс М. С. Математика для экономического бакалавриата: учебник/ М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - М.: Дело, 2005. - 576 с.

2) Макаров С.И. Математика для экономистов. - М.: КНОРУС, 2011. - 264 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

3) Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 575 с.

4) Геворкян П.С. Математика. Математический анализ: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2012.–344 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

5) Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие/ В. Л. Ключин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 448 с.

ЗАНЯТИЕ 6, 7.

Тема: Производная сложной и обратной функций. Производные параметрически и неявно заданных функций.

1. Производная сложной функции.
2. Производная параметрически заданной функции.
3. Производная неявно заданной функции.

Практические задания:

1) Найти производную функции: $y = \sqrt[4]{(x^2 + 3x)^3} - \sqrt[5]{(6x-1)^2}$.

2) Найти производную функции: $y = \operatorname{arctg} \frac{2x^4}{1-x^8}$.

3) Найти производную функции: $y = x^2 e^{x^2} \ln x$.

4) Найти производную функции: $y = (a^3 - x^3)^2 \cdot \sin^2 3ax$.

5) Вычислить $\frac{dy}{dx}$ для функции, заданной параметрически: $\begin{cases} x = \arcsin t \\ y = \sqrt{1-t^2} \end{cases}$ при $t=0$.

6) Найти производную функции: $\frac{y}{x} + xy = \arcsin(x - y)$.

Основная литература:

1) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н. Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.

2) Малугин В.А. Математический анализ: учебное пособие/ В.А. Малугин - М.: ЭКСМО, 2010.–592 с.

3) Змеев О. А. Математический анализ. Ч. 1: учебное пособие/ О. А. Змеев, А. Ф. Терпугов, Р. Т. Якупов. - Томск: Изд-во НТЛ, 2006. - 176 с.

Дополнительная литература:

- 1) Красс М. С. Математика для экономического бакалавриата: учебник/ М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - М.: Дело, 2005. - 576 с.
- 2) Макаров С.И. Математика для экономистов. - М.: КНОРУС, 2011. - 264 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>
- 3) Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 575 с.
- 4) Геворкян П.С. Математика. Математический анализ: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2012.–344 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>
- 5) Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие/ В. Л. Ключин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 448 с.

ЗАНЯТИЕ 8.

Тема: Дифференциал функции. Свойства дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков.

1. Логарифмическое дифференцирование.
2. Нахождение дифференциала функции.
3. Производные высших порядков.

Практические задания:

1) Найти производную функции: $y = (\sin 4x)^{3x}$.

2) Найти производную функции: $y = (\operatorname{tg} 2x)^{-2x}$.

2) Найти производную второго порядка функции: $y = e^{-x} + \ln \frac{1}{x}$.

3) Найти дифференциал функции: $y = 4^{\log_3 5x}$.

4) Найти дифференциал функции: $y = x - \ln \left(2 + e^{-x} + 2\sqrt{e^{2x} + e^{-x} + 1} \right)$.

5) Вычислить $\frac{d^2 y}{dx^2}$ для функции, заданной параметрически: $\begin{cases} x = \arcsin t \\ y = \sqrt{1-t^2} \end{cases}$ при

$t=0$.

Основная литература:

- 1) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н. Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.
- 2) Малугин В.А. Математический анализ: учебное пособие/ В.А. Малугин - М.: ЭКСМО, 2010.–592 с.
- 3) Змеев О. А. Математический анализ. Ч. 1: учебное пособие/ О. А. Змеев, А. Ф. Терпугов, Р. Т. Якупов. - Томск: Изд-во НТЛ, 2006. - 176 с.

Дополнительная литература:

- 1) Красс М. С. Математика для экономического бакалавриата: учебник/ М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - М.: Дело, 2005. - 576 с.

2) Макаров С.И. Математика для экономистов. - М.: КНОРУС, 2011. - 264 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

3) Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 575 с.

4) Геворкян П.С. Математика. Математический анализ: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2012.–344 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

5) Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие/ В. Л. Ключин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 448 с.

ЗАНЯТИЕ 9.

Тема: Правило Лопиталя.

1. Вычисление пределов с помощью правила Лопиталя.

Практические задания:

1) Вычислить предел по правилу Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x + x^2}$.

2) Вычислить предел по правилу Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-2x}$.

3) Вычислить предел по правилу Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2^{\sin \pi x} - 1}{x^3 - 27}$.

4) Вычислить предел по правилу Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(e^x + x \right)^{\frac{1}{x}}$.

Основная литература:

1) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н. Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.

2) Малугин В.А. Математический анализ: учебное пособие/ В.А. Малугин - М.: ЭКСМО, 2010.–592 с.

3) Змеев О. А. Математический анализ. Ч. 1: учебное пособие/ О. А. Змеев, А. Ф. Терпугов, Р. Т. Якупов. - Томск: Изд-во НТЛ, 2006. - 176 с.

Дополнительная литература:

1) Красс М. С. Математика для экономического бакалавриата: учебник/ М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - М.: Дело, 2005. - 576 с.

2) Макаров С.И. Математика для экономистов. - М.: КНОРУС, 2011. - 264 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

3) Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 575 с.

4) Геворкян П.С. Математика. Математический анализ: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2012.–344 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

5) Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие/ В. Л. Ключин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 448 с.

ЗАНЯТИЕ 10, 11.

Тема: Исследование функций с помощью 1-й и 2-й производной. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.

1. Исследование функции с помощью 1-й и 2-й производной.
2. Задачи на экстремум.
3. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.
4. Построение графиков.

Практические задания:

- 1) Найти интервалы монотонности и экстремум функции $y = \frac{x+3}{x^2+7}$.
- 2) Найти область определения, интервалы монотонности, выпуклости и асимптоты: $y = \frac{x^2-2x+2}{x-1}$.
- 3) Исследовать и построить график функции: $y = e^{2x-x^2}$.
- 4) Исследовать и построить график функции: $y = \frac{x^2+1}{x^2-4}$.
- 5) Найти наименьшее значение функции $y = 1 + 3x^2 - x^3$ на отрезке $[-2; 1]$.
- 6) Найти наибольшее значение функции $y = x^3 - 9x^2 + 15x + 2$ на отрезке $[0; 3]$.

Основная литература:

- 1) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н. Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.
- 2) Малугин В.А. Математический анализ: учебное пособие/ В.А. Малугин - М.: ЭКСМО, 2010. - 592 с.
- 3) Змеев О. А. Математический анализ. Ч. 1: учебное пособие/ О. А. Змеев, А. Ф. Терпугов, Р. Т. Якупов. - Томск: Изд-во НТЛ, 2006. - 176 с.

Дополнительная литература:

- 1) Красс М. С. Математика для экономического бакалавриата: учебник/ М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - М.: Дело, 2005. - 576 с.
- 2) Макаров С.И. Математика для экономистов. - М.: КНОРУС, 2011. - 264 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>
- 3) Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 575 с.
- 4) Геворкян П.С. Математика. Математический анализ: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2012. - 344 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

5) Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие/ В. Л. Ключин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 448 с.

ЗАНЯТИЕ 12.

Тема: Частные производные функции многих переменных.

1. Нахождение частных производных 1-го порядка.
2. Нахождение частных производных 2-го порядка.

Практические задания:

- 1) Для заданной функции найти все частные производные первого порядка:

$$z = \sin \frac{x}{y} \cos \frac{\sqrt{x}}{y}.$$

- 2) Для функции $z = \ln(2x - y)$ найти все частные производные 1-го и 2-го порядка.

- 3) Найти все частные производные первого порядка для функции: $z = xy - \frac{x}{y}$.

- 4) Для заданной функции найти требуемые частные и смешанные производные: $z = \ln xy$; $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$; $\frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2} = ?$.

Основная литература:

- 1) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н. Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.
- 2) Малугин В.А. Математический анализ: учебное пособие/ В.А. Малугин - М.: ЭКСМО, 2010.-592 с.
- 3) Змеев О. А. Математический анализ. Ч. 1: учебное пособие/ О. А. Змеев, А. Ф. Терпугов, Р. Т. Якупов. - Томск: Изд-во НТЛ, 2006. - 176 с.

Дополнительная литература:

- 1) Красс М. С. Математика для экономического бакалавриата: учебник/ М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - М.: Дело, 2005. - 576 с.
- 2) Общий курс высшей математики для экономистов: учебник/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 656 с.
- 3) Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 575 с.
- 4) Геворкян П.С. Математика. Математический анализ: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2012.-344 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>
- 5) Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие/ В. Л. Ключин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 448 с.

ЗАНЯТИЕ 13, 14.

Тема: Дифференциал функции многих переменных. Экстремум функции 2-х переменных. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой области.

1. Дифференциал функции многих переменных.
2. Экстремум функций 2-х переменных.
3. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой области.

Практические задания:

- 1) Найти полный дифференциал функции: $U = x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 2xy + 4xz + 2yz$.
- 2) Найти полный дифференциал функции: $z = \arctg \frac{x+y}{1-xy}$.
- 3) Исследовать на экстремум функцию: $z = f(x, y), z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$.
- 4) Исследовать на экстремум функцию: $z = 5x^2 - 3xy + y^2 + 4$.
- 5) Найти наименьшее m и наибольшее M значения функции $z = x^2 + y^2 - 9xy + 27$ в области $G: 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 3$.

Основная литература:

- 1) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н. Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.
- 2) Малугин В.А. Математический анализ: учебное пособие/ В.А. Малугин - М.: ЭКСМО, 2010.-592 с.
- 3) Змеев О. А. Математический анализ. Ч. 1: учебное пособие/ О. А. Змеев, А. Ф. Терпугов, Р. Т. Якупов. - Томск: Изд-во НТЛ, 2006. - 176 с.

Дополнительная литература:

- 1) Красс М. С. Математика для экономического бакалавриата: учебник/ М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - М.: Дело, 2005. - 576 с.
- 2) Общий курс высшей математики для экономистов: учебник/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 656 с.
- 3) Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 575 с.
- 4) Геворкян П.С. Математика. Математический анализ: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2012.-344 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>
- 5) Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие/ В. Л. Ключин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 448 с.

ЗАНЯТИЕ 15.

Тема: Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Производная по направлению и градиент.

1. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
2. Производная по направлению, градиент.

Практические задания:

- 1) Найти уравнения касательной плоскости и нормали к заданной поверхности в указанной точке $M_0: z = x^3 - 3xy^2 + y^3$; $M_0(1;0;1)$.
- 2) Найти уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $xyz = x + y + z$ в точке $M(0;1;-1)$.
- 3) Для функции $z = f(x, y)$ в точке $A(x_0, y_0)$ вычислить градиент и производную в направлении вектора $\vec{l} = l_x \cdot \vec{i} + l_y \cdot \vec{j}$, $z = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 + 1$; $\vec{l} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$; $A(2;1)$.
- 4) Найти $\text{grad } u(M)$ и $|\text{grad } u(M)|$ в точке $M(1, 1, 1)$ для функции $u = \ln(3 - x^2) - 8xyz$.

Основная литература:

- 1) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н. Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.
- 2) Малугин В.А. Математический анализ: учебное пособие/ В.А. Малугин - М.: ЭКСМО, 2010.-592 с.
- 3) Змеев О. А. Математический анализ. Ч. 1: учебное пособие/ О. А. Змеев, А. Ф. Терпугов, Р. Т. Якупов. - Томск: Изд-во НТЛ, 2006. - 176 с.

Дополнительная литература:

- 1) Красс М. С. Математика для экономического бакалавриата: учебник/ М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - М.: Дело, 2005. - 576 с.
- 2) Общий курс высшей математики для экономистов: учебник/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 656 с.
- 3) Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 575 с.
- 4) Геворкян П.С. Математика. Математический анализ: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2012.-344 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>
- 5) Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие/ В. Л. Ключин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 448 с.

ЗАНЯТИЕ 16.

Тема: Неопределенный интеграл. Замена переменных в неопределенном интеграле.

1. Понятие неопределённого интеграла.
2. Простейшие приёмы интегрирования.
3. Замена переменной.

Практические задания:

1) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \frac{(2\sqrt{x}+1)^2}{x^2} dx.$

2) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \frac{dx}{2x-3}.$

3) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \frac{\sqrt{2+\ln x}}{x} dx.$

4) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2+1}}.$

5) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \frac{x+1}{\sqrt[3]{3x+2}} dx.$

Основная литература:

1) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н. Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.

2) Малугин В.А. Математический анализ: учебное пособие/ В.А. Малугин - М.: ЭКСМО, 2010.–592 с.

3) Змеев О. А. Математический анализ. Ч. 2: учебное пособие/ О.А. Змеев, А. Ф. Терпугов, Р. Т. Якупов. - Томск: Изд-во НТЛ, 2006. - 172 с.

Дополнительная литература:

1) Красс М. С. Математика для экономического бакалавриата: учебник/ М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - М.: Дело, 2005. - 576 с.

2) Общий курс высшей математики для экономистов: учебник/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 656 с.

3) Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 575 с.

4) Геворкян П.С. Математика. Математический анализ: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2012.–344 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

5) Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие/ В. Л. Ключин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 448 с.

ЗАНЯТИЕ 17, 18.

Тема: Интегрирование по частям. Интегрирование рациональных дробей.

1. Интегрирование по частям.
2. Интегрирование рациональных функций.

Практические задания:

- 1) Вычислить неопределенный интеграл: $\int (4-3x)e^{-3x} dx$.
- 2) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \arctg \sqrt{4x-1} dx$.
- 3) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \frac{5x-3}{x^2+6x-40} dx$.
- 4) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \frac{5-4x-x^2}{x^3-3x^2+4} dx$.

Основная литература:

- 1) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н. Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.
- 2) Малугин В.А. Математический анализ: учебное пособие/ В.А. Малугин - М.: ЭКСМО, 2010.-592 с.
- 3) Змеев О. А. Математический анализ. Ч. 2: учебное пособие/ О.А. Змеев, А. Ф. Терпугов, Р. Т. Якупов. - Томск: Изд-во НТЛ, 2006. - 172 с.

Дополнительная литература:

- 1) Красс М. С. Математика для экономического бакалавриата: учебник/ М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - М.: Дело, 2005. - 576 с.
- 2) Общий курс высшей математики для экономистов: учебник/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 656 с.
- 3) Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 575 с.
- 4) Геворкян П.С. Математика. Математический анализ: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2012.-344 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>
- 5) Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие/ В. Л. Ключин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 448 с.

ЗАНЯТИЕ 19.

Тема: Интегрирование тригонометрических выражений. Интегрирование иррациональных выражений.

1. Интегрирование иррациональных функций.
2. Интегрирование тригонометрических функций.

Практические задания:

- 1) Вычислить неопределенный интеграл: $\int x(x^2+1)^{3/2} dx$.
- 2) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+5}} dx$.

- 3) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \sin 2x \cos 3x dx$.
- 4) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \sin^2 4x dx$.
- 5) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \sin^3 x \cos^2 x dx$.

Основная литература:

- 1) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н. Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.
- 2) Малугин В.А. Математический анализ: учебное пособие/ В.А. Малугин - М.: ЭКСМО, 2010.–592 с.
- 3) Змеев О. А. Математический анализ. Ч. 2: учебное пособие/ О.А. Змеев, А. Ф. Терпугов, Р. Т. Якупов. - Томск: Изд-во НТЛ, 2006. - 172 с.

Дополнительная литература:

- 1) Красс М. С. Математика для экономического бакалавриата: учебник/ М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - М.: Дело, 2005. - 576 с.
- 2) Общий курс высшей математики для экономистов: учебник/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 656 с.
- 3) Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 575 с.
- 4) Геворкян П.С. Математика. Математический анализ: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2012.–344 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>
- 5) Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие/ В. Л. Ключин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 448 с.

ЗАНЯТИЕ 20, 21.

Тема: Определённый интеграл. Формула Ньютона - Лейбница. Несобственные интегралы.

1. Вычисление определённых интегралов.
2. Несобственные интегралы 1-го рода.
3. Несобственные интегралы 2-го рода.

Практические задания:

- 1) Вычислить определённый интеграл: $\int_0^1 \frac{4 \arctg x - x}{1 + x^2} dx$.
- 2) Вычислить определённый интеграл: $\int_0^8 3(\sqrt{2x} + \sqrt[3]{x}) dx$.

3) Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость:

$$\int_0^{\infty} \cos x dx.$$

4) Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость:

$$\int_{-1}^1 \frac{dx}{(1+x)(x-2)}.$$

Основная литература:

1) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н. Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.

2) Малугин В.А. Математический анализ: учебное пособие/ В.А. Малугин - М.: ЭКСМО, 2010.-592 с.

3) Змеев О. А. Математический анализ. Ч. 2: учебное пособие/ О.А. Змеев, А. Ф. Терпугов, Р. Т. Якупов. - Томск: Изд-во НТЛ, 2006. - 172 с.

Дополнительная литература:

1) Красс М. С. Математика для экономического бакалавриата: учебник/ М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - М.: Дело, 2005. - 576 с.

2) Общий курс высшей математики для экономистов: учебник/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 656 с.

3) Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 575 с.

4) Геворкян П.С. Математика. Математический анализ: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2012.-344 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

5) Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие/ В. Л. Ключин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 448 с.

ЗАНЯТИЕ 22, 23.

Тема: Геометрическое приложение определённого интеграла.

1. Вычисление площади плоской фигуры.

2. Вычисление длины дуги.

Практические задания:

1) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$x = 4 - (y-1)^2, \quad x = y^2 - 4y + 3.$$

2) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x$, $y = x^2$, $x = 2$.

3) Найти длину дуги линии: $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$.

4) Вычислить $\int_L (x^2 + y^2) dl$, где L – отрезок прямой от точки $A(1, 2)$ до точки

$B(3, 2)$.

Основная литература:

- 1) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н. Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.
- 2) Малугин В.А. Математический анализ: учебное пособие/ В.А. Малугин - М.: ЭКСМО, 2010.–592 с.
- 3) Змеев О. А. Математический анализ. Ч. 2: учебное пособие/ О.А. Змеев, А. Ф. Терпугов, Р. Т. Якупов. - Томск: Изд-во НТЛ, 2006. - 172 с.

Дополнительная литература:

- 1) Красс М. С. Математика для экономического бакалавриата: учебник/ М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - М.: Дело, 2005. - 576 с.
- 2) Общий курс высшей математики для экономистов: учебник/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 656 с.
- 3) Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 575 с.
- 4) Геворкян П.С. Математика. Математический анализ: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2012.–344 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>
- 5) Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие/ В. Л. Ключин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 448 с.

ЗАНЯТИЕ 24.

Тема: Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения.

1. Решение уравнений с разделяющимися переменными.
2. Решение однородных дифференциальных уравнений.

Практические задания:

- 1) Найти общее решение дифференциального уравнения:
 $(1 + e^x) y dy - e^x dx = 0$.
- 2) Найти общее решение дифференциального уравнения:
 $\sqrt{4 + y^2} dx - y dy = x^2 y dy$.
- 3) Найти общее решение дифференциального уравнения: $xy' = (1 - 2y) \ln x$.
- 4) Найти общее решение дифференциального уравнения: $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y$.
- 5) Решить задачу Коши: $y' = 4 + \frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2$, $y(1) = 2$.

Основная литература:

- 1) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н. Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.

2) Малугин В.А. Математический анализ: учебное пособие/ В.А. Малугин - М.: ЭКСМО, 2010.–592 с.

3) Змеев О. А. Математический анализ. Ч. 2: учебное пособие/ О.А. Змеев, А. Ф. Терпугов, Р. Т. Якупов. - Томск: Изд-во НТЛ, 2006. - 172 с.

Дополнительная литература:

1) Красс М. С. Математика для экономического бакалавриата: учебник/ М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - М.: Дело, 2005. - 576 с.

2) Общий курс высшей математики для экономистов: учебник/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 656 с.

3) Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 575 с.

4) Малыхин В. И. Высшая математика: учебное пособие/ В. И. Малыхин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 365 с.

5) Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие/ В. Л. Ключин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 448 с.

ЗАНЯТИЕ 25.

Тема: Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка, дифференциальные уравнения Бернулли. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах.

1. Решение линейных дифференциальных уравнений.
2. Решение дифференциальных уравнений Бернулли.
3. Решение дифференциальных уравнений в полных дифференциалах.

Практические задания:

1) Найти общее решение дифференциального уравнения: $xy' + y = x^3$.

2) Решить задачу Коши: $(1 + x^2)y' - 2xy = (1 + x^2)^2$, $y(0) = 1$.

3) Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$\left(\frac{\sin 2x}{y} + x\right)dx + \left(y - \frac{\sin^2 x}{y^2}\right)dy = 0.$$

4) Найти общее решение дифференциального уравнения: $y' = \frac{y}{x} + \frac{x}{y}$.

Основная литература:

1) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н. Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.

2) Малугин В.А. Математический анализ: учебное пособие/ В.А. Малугин - М.: ЭКСМО, 2010.–592 с.

3) Змеев О. А. Математический анализ. Ч. 2: учебное пособие/ О.А. Змеев, А. Ф. Терпугов, Р. Т. Якупов. - Томск: Изд-во НТЛ, 2006. - 172 с.

Дополнительная литература:

- 1) Красс М. С. Математика для экономического бакалавриата: учебник/ М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - М.: Дело, 2005. - 576 с.
- 2) Общий курс высшей математики для экономистов: учебник/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 656 с.
- 3) Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 575 с.
- 4) Малыхин В. И. Высшая математика: учебное пособие/ В. И. Малыхин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 365 с.
- 5) Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие/ В. Л. Ключин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 448 с.

ЗАНЯТИЕ 26.

Тема: Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.

1. Решение дифференциальных уравнений 2-го порядка, допускающих понижение порядка.

Практические задания:

- 1) Найти общее решение дифференциального уравнения: $y'' = \sin 3x + 2$.
- 2) Найти общее решение дифференциального уравнения и частное решение, удовлетворяющее начальным условиям: $y'x \ln x = y'$, $y(e) = e - 1$, $y'(e) = 1$.
- 3) Найти общее решение дифференциального уравнения и частное решение, удовлетворяющее начальным условиям: $yy'' + (y')^2 = (y')^3$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$.

Основная литература:

- 1) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н. Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.
- 2) Малугин В.А. Математический анализ: учебное пособие/ В.А. Малугин - М.: ЭКСМО, 2010.-592 с.
- 3) Змеев О. А. Математический анализ. Ч. 2: учебное пособие/ О.А. Змеев, А. Ф. Терпугов, Р. Т. Якупов. - Томск: Изд-во НТЛ, 2006. - 172 с.

Дополнительная литература:

- 1) Красс М. С. Математика для экономического бакалавриата: учебник/ М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - М.: Дело, 2005. - 576 с.
- 2) Общий курс высшей математики для экономистов: учебник/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 656 с.
- 3) Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 575 с.
- 4) Малыхин В. И. Высшая математика: учебное пособие/ В. И. Малыхин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 365 с.
- 5) Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие/ В. Л. Ключин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 448 с.

ЗАНЯТИЕ 27, 28.

Тема: Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Системы дифференциальных уравнений.

1. Решение линейных дифференциальных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

2. Решение систем дифференциальных уравнений.

Практические задания:

1) Найти общее решение дифференциального уравнения: $y'' + 2y' + y = 0$.

2) Найти общее решение дифференциального уравнения: $y'' + y' - 6y = 0$.

3) Найти общее решение дифференциального уравнения: $y'' - 2y' + 5y = 0$.

4) Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' + 2y' + 5y = x^2 - 1.$$

5) Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' + y' - 2y = 3e^x - 2x.$$

6) Найти решение задачи Коши, определив частное решение методом неопределённых коэффициентов: $y'' + 2y' = 2e^x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.

7) Найти общее решение системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} + y = 3z \\ \frac{dz}{dx} = 2y - 2z \end{cases}.$$

Основная литература:

1) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н. Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.

2) Малугин В.А. Математический анализ: учебное пособие/ В.А. Малугин - М.: ЭКСМО, 2010.-592 с.

3) Змеев О. А. Математический анализ. Ч. 2: учебное пособие/ О.А. Змеев, А. Ф. Терпугов, Р. Т. Якупов. - Томск: Изд-во НТЛ, 2006. - 172 с.

Дополнительная литература:

1) Красс М. С. Математика для экономического бакалавриата: учебник/ М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - М.: Дело, 2005. - 576 с.

2) Общий курс высшей математики для экономистов: учебник/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 656 с.

3) Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 575 с.

4) Малыхин В. И. Высшая математика: учебное пособие/ В. И. Малыхин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 365 с.

5) Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие/ В. Л. Ключин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 448 с.

ЗАНЯТИЕ 29.

Тема: Признаки Даламбера, Коши. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.

1. Исследование сходимости знакоположительных числовых рядов.
2. Исследование сходимости знакопередающихся числовых рядов.

Практические задания:

1) Записать общий член a_n ряда $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots$ и проверить, выполняется ли необходимое условие сходимости.

2) Исследовать на сходимость знакоположительный ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$.

3) Исследовать на сходимость знакоположительный ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}$.

4) Исследовать на сходимость знакоположительный ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2) \ln^2(n+2)}$.

5) Исследовать на сходимость знакоположительный ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+1}{n^2+1}$.

6) Исследовать на сходимость знакопередающийся ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}$.

7) Исследовать на сходимость знакопередающийся ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{3n^3}$.

Основная литература:

1) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н. Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.

2) Малугин В.А. Математический анализ: учебное пособие/ В.А. Малугин - М.: ЭКСМО, 2010.-592 с.

3) Змеев О. А. Математический анализ. Ч. 3: учебное пособие/ О.А. Змеев, А. Ф. Терпугов, Р. Т. Якупов. - Томск: Изд-во НТЛ, 2007. - 152 с.

Дополнительная литература:

1) Красс М. С. Математика для экономического бакалавриата: учебник/ М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - М.: Дело, 2005. - 576 с.

2) Общий курс высшей математики для экономистов: учебник/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 656 с.

3) Ильин В. А. Высшая математика: учебник/ В. А. Ильин, А. В. Куркина. - М.: Проспект, 2006. - 600 с.

4) Макаров С.И. Математика для экономистов. - М.: КНОРУС, 2011. - 264 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

5) Геворкян П.С. Математика. Математический анализ: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2012.–344 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

ЗАНЯТИЕ 30.

Тема: Степенные ряды.

1. Определение области сходимости степенного ряда.

Практические задания:

1) Найти область сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2} x^n$.

2) Найти область сходимости степенного ряда: $\sum_{n=0}^{\infty} 3^n x^n$.

3) Найти область сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5nx^n}{n^2 + 4}$.

4) Найти область сходимости степенного ряда: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$.

Основная литература:

1) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н. Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.

2) Малугин В.А. Математический анализ: учебное пособие/ В.А. Малугин - М.: ЭКСМО, 2010.–592 с.

3) Змеев О. А. Математический анализ. Ч. 3: учебное пособие/ О.А. Змеев, А. Ф. Терпугов, Р. Т. Якупов. - Томск: Изд-во НТЛ, 2007. - 152 с.

Дополнительная литература:

1) Красс М. С. Математика для экономического бакалавриата: учебник/ М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - М.: Дело, 2005. - 576 с.

2) Общий курс высшей математики для экономистов: учебник/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 656 с.

3) Ильин В. А. Высшая математика: учебник/ В. А. Ильин, А. В. Куркина. - М.: Проспект, 2006. - 600 с.

4) Макаров С.И. Математика для экономистов. - М.: КНОРУС, 2011. - 264 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

5) Геворкян П.С. Математика. Математический анализ: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2012.–344 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

ЗАНЯТИЕ 31, 32.

Тема: Ряд Тейлора. Разложение функций в степенные ряды. Приложение степенных рядов.

1. Формула Тейлора.
2. Формула Маклорена.

Практические задания:

1) Записать формулу Тейлора до 3-го порядка включительно для функции $y = \frac{x}{x+1}$ в окрестности точки $x_0 = 1$.

2) Разложить функцию $f(x) = \frac{\arcsin x}{x} - 1$ в ряд Маклорена и указать его интервал сходимости.

Основная литература:

- 1) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н. Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.
- 2) Малугин В.А. Математический анализ: учебное пособие/ В.А. Малугин - М.: ЭКСМО, 2010.–592 с.
- 3) Змеев О. А. Математический анализ. Ч. 3: учебное пособие/ О.А. Змеев, А. Ф. Терпугов, Р. Т. Якупов. - Томск: Изд-во НТЛ, 2007. - 152 с.

Дополнительная литература:

- 1) Красс М. С. Математика для экономического бакалавриата: учебник/ М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - М.: Дело, 2005. - 576 с.
- 2) Общий курс высшей математики для экономистов: учебник/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 656 с.
- 3) Ильин В. А. Высшая математика: учебник/ В. А. Ильин, А. В. Куркина. - М.: Проспект, 2006. - 600 с.
- 4) Макаров С.И. Математика для экономистов. - М.: КНОРУС, 2011. - 264 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>
- 5) Геворкян П.С. Математика. Математический анализ: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2012.–344 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

6. Самостоятельная работа студентов.

Самостоятельная работа студента по дисциплине включает в себя:

- подготовку к аудиторным занятиям (лекциям, практическим, семинарским) и выполнение соответствующих заданий;
- самостоятельную работу над отдельными темами учебных дисциплин в соответствии с учебно-тематическими планами;
- написание рефератов (по согласованию с преподавателем);
- выполнение контрольных работ;
- подготовку ко всем видам контрольных испытаний, в том числе к тестам, зачетам, коллоквиумам, экзаменам;
- участие в олимпиадах по математике.

Тема 1: Предел функции. Понятие неопределённости. Пределы числовых последовательностей.

Задачи для СРС:

- 1) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+3)^2 - 25}{x^2 - 6x + 8}$.
- 2) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(x+1)^2 + 2}{2x^3 - x + 1}$.
- 3) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{3}}{\sqrt{x+2}}$.
- 4) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[4]{x} - 1}$.

Тема 2, 3: Непрерывность и точки разрыва функций. Свойства непрерывных функций. Замечательные пределы.

Задачи для СРС:

- 1) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{13x - 10}{13x + 3} \right)^{x-3}$.
- 2) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin 3x}$.
- 3) Исследовать функцию $y = \frac{x+3}{2-x}$ на непрерывность. Указать тип точек разрыва, сделать схематический рисунок.

- 4) Исследовать функцию $y = \begin{cases} -x^2, & x < 1 \\ 1, & 1 \leq x \leq 2 \\ x-1, & x > 2 \end{cases}$ на непрерывность. Указать тип точек разрыва, сделать схематический рисунок.

Тема 4: Бесконечно малые и бесконечно большие функции.

Задачи для СРС:

- 1) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x^2 - 3}{x^3 + x - 1}$.
- 2) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 4x}{2x + \sqrt{x}}$.
- 3) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\lg(3x + 1)}{x^2 - 2x}$.
- 4) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2 - 2x)}{\operatorname{tg}(x^2 + 3x)}$.
- 5) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{-x} - 1}{\operatorname{tg}(x^2 - x)}$.

Тема 5: Производная. Уравнение касательной и нормали к кривой. Правила дифференцирования.

Задачи для СРС:

- 1) Вычислить производную функции: $y = 3x^3 - \frac{2}{x^2} + \sqrt{x} - 1$.
- 2) Вычислить производную функции: $y = (3 - x)^2$.
- 3) Вычислить производную функции: $y = \frac{3a}{bx} \cdot 2^x$.
- 4) Вычислить производную функции: $y = \frac{5b}{b \cdot 3^x + \sin x}$.
- 5) Найти производную функции $f(x) = \sqrt[3]{x^5}$ в точках $x_1 = 2$; $x_2 = 0$; $x_3 = -3$.
- 6) Написать уравнения касательных к гиперболе $y = \frac{x-3}{x-2}$ в точках её пересечения с осями координат.

Тема 6, 7: Производная сложной и обратной функций. Производные параметрически и неявно заданных функций.

Задачи для СРС:

- 1) Найти производную функции: $y = \frac{\ln^3 x}{\sqrt{5 - x^2}}$.
- 2) Найти производную функции: $y = \sqrt[6]{\frac{b - \arcsin x}{b + \arccos x}}$.
- 3) Найти производную функции: $y = \sqrt[5]{2x - x^2} + \sqrt[3]{(2x^3 + 6)^2}$.

- 4) Найти производную функции: $y = \frac{\cos 2x}{\sqrt{4x+5}} + \sin^4 3x$.
- 5) Найти производную функции: $y = \ln(\arcsin \sqrt{x})$.
- 6) Найти производную функции: $\frac{x^2}{y} - xy = \sin(x+2y)$.
- 7) Найти производную функции: $\operatorname{ctg}(x+y) + \sqrt{xy} = 1$.
- 8) Найти производную y'_x функции: $\begin{cases} x = \sqrt{2} \sin \frac{t}{2} \\ y = \cos t \end{cases}$.

Тема 8: Дифференциал функции. Свойства дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков.

Задачи для СРС:

- 1) Записать дифференциалы dy и d^2y для функции $y = e^{\sqrt{x}}$.
- 2) Найти производную второго порядка функции: $y = \sin^2 x$
- 3) Найти производную третьего порядка функции: $y = \frac{x}{x+2}$.
- 4) Найти производную y''_{xx} функции: $\begin{cases} x = e^{-t} \\ y = \sin^2 t \end{cases}$ при $t = 0$.

Тема 9: Правило Лопиталья.

Задачи для СРС:

- 1) Найти предел, используя правило Лопиталья: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{xe^{\frac{x}{2}}}{x + e^x}$.
- 2) Найти предел, используя правило Лопиталья: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$.
- 3) Найти предел, используя правило Лопиталья: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{e^{2x}}$.
- 4) Найти предел, используя правило Лопиталья: $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{x}{x-1} \right)$.
- 5) Найти предел, используя правило Лопиталья: $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x - 1}{x + x^2}$.
- 6) Найти предел, используя правило Лопиталья: $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^{-5x}$.

Тема 10, 11: Исследование функций с помощью 1-й и 2-й производной. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.

Задачи для СРС:

- 1) Найти интервалы монотонности и экстремум функции $y = \frac{x+3}{x^2+7}$.
- 2) Провести полное исследование функции $y = x^2 e^x$ и построить ее график.
- 3) Провести полное исследование функции $y = \frac{x^4}{x^3-1}$ и построить ее график.
- 4) Число **10** разбить на два таких слагаемых, чтобы сумма их кубов была наименьшей.
- 5) Найти наибольшее значение функции $y = x^3 - 9x^2 + 15x + 2$ на отрезке $[0; 3]$.

Тема 12: Частные производные функции многих переменных.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов – 4 часа.

Предполагает решение следующих задач, которые способствуют развитию следующих компетенций: ПК-1, ПК-2, ПК-3, ПК-4, ПК-5.

Задачи для СРС:

- 1) Найти частные производные 1-го порядка функции $z = \sin \frac{x}{y}$.
- 2) Найти частные производные 1-го порядка функции $z = \arcsin \sqrt{x^2 + y^2}$.
- 3) Найти частные производные 1-го порядка функции $U = e^{z(x^2+y^2)}$.
- 4) Найти $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ для функции $z = \ln(x^2 + y^2)$.
- 5) Найти все частные производные 1-го и 2-го порядка для функции $z = ux^{y+1}$.

Тема 13, 14: Дифференциал функции многих переменных. Экстремум функции 2-х переменных. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой области.

Задачи для СРС:

- 1) Записать полный дифференциал для функции $z = y\sqrt{x^2 + 2y}$.
- 2) Исследовать функцию $z = x^3 - y^3 - 3xy$ на экстремум.
- 3) Исследовать функцию $z = x^2 + y^2 + xy - 2x - 5y$ на экстремум.
- 4) Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + y^2 - 9xy + 2$ в замкнутой области, заданной системой неравенств: $0 \leq x \leq 2$, $0 \leq y \leq 4$.

Тема 15, 16: Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Производная по направлению и градиент.

Задачи для СРС:

- 1) Записать уравнение касательной плоскости P и уравнения нормали N к поверхности $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ в точке $M_0(-1, 2, 2)$.

2) Записать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = -\sqrt{x^2 - y^2}$ в точке $M(5; 4; -3)$.

3) Найти градиент функции $U = (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}$ в точке $A(1; 2; 2)$ и вычислить его модуль.

4) Найти производную функции $z = \frac{2x}{y} - \frac{y}{x} + 1$ в точке $M(1, 1)$ в направлении вектора $\vec{s} = (-3, -4)$.

Тема 17: Неопределенный интеграл. Замена переменных в неопределенном интеграле.

Задачи для СРС:

- 1) Вычислить неопределенный интеграл: $\int (x - 3 + 6\sqrt{x}) dx$.
- 2) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \left(\frac{x+2}{\sqrt{x}} + 4e^x + \frac{6}{\cos^2 x} \right) dx$.
- 3) Вычислить неопределенный интеграл: $\int (x+5)^4 dx$.
- 4) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \frac{e^x dx}{e^{2x} + 1}$.
- 5) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \frac{2\sqrt{x} + 1}{x^2} dx$.
- 6) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \frac{\cos x dx}{3 - 5 \sin x}$.

Тема 18: Интегрирование по частям. Интегрирование рациональных дробей.

Задачи для СРС:

- 1) Вычислить неопределенный интеграл: $\int x \ln x dx$.
- 2) Вычислить неопределенный интеграл: $\int x^2 e^{5x} dx$.
- 3) Вычислить неопределенный интеграл: $\int x e^{-2x} dx$.
- 4) Вычислить неопределенный интеграл: $\int x \sin(x+2) dx$.
- 5) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \frac{5x^2 + 2x - 3}{x^3 + x} dx$.

Тема 19: Интегрирование тригонометрических выражений. Интегрирование иррациональных выражений.

Задачи для СРС:

- 1) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 4x + 5}}$.
- 2) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \sin 10x \cos 7x \cos 4x dx$.
- 3) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \frac{dx}{4 \sin x + 3 \cos x + 5}$.
- 4) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \sin^5 2x dx$.
- 5) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x}$.
- 6) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \sin^4 x dx$.

Тема 20, 21: Определённый интеграл. Формула Ньютона - Лейбница. Несобственные интегралы.

Задачи для СРС:

- 1) Вычислить определенный интеграл: $\int_0^1 \frac{\arctg x - 2x}{1 + x^2} dx$.
- 2) Вычислить определенный интеграл: $\int_{-1}^1 \sqrt{3 - 2x - x^2} dx$.
- 3) Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость:
 $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$.
- 4) Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость:
 $\int_1^e \frac{dx}{x \sqrt{\ln x + 1}}$.

Тема 22: Геометрическое приложение определённого интеграла.

Задачи для СРС:

- 1) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x \arctg x$, $y = 0$, $x = \sqrt{3}$.
- 2) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $xy = 4$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 4$.
- 3) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \ln x$, $y = 0$, $x = e$.
- 4) Найти длину дуги кривой $x = \frac{t^6}{6}$, $y = 4 - \frac{t^4}{4}$ между точками её пересечения с осями координат.

Тема 23: Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения.

Задачи для СРС:

- 1) Найти общее решение дифференциального уравнения: $\sin x \operatorname{tg} y \, dx = \frac{dy}{\sin x}$.
- 2) Найти общее решение дифференциального уравнения: $x(y' - \sin x) = 1$.
- 3) Решить задачу Коши: $xy' + y = y^2$, $y(1) = 0,5$.
- 4) Найти общее решение дифференциального уравнения: $xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x}$.
- 5) Найти общее решение дифференциального уравнения: $y = x \left(y' + 2e^{\frac{y}{x}} \right)$.

Тема 24: Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка, дифференциальные уравнения Бернулли. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах.

Задачи для СРС:

- 1) Найти общее решение дифференциального уравнения: $y' - y = e^x$.
- 2) Найти общее решение дифференциального уравнения: $xe^{2x} y' + ye^{2x} = 1$.
- 3) Найти общее решение дифференциального уравнения: $y' + 2xy = xe^{-x^2}$.
- 4) Найти общее решение дифференциального уравнения:
 $(x \cos 2y + 1)dx - x^2 \sin 2y dy = 0$.

Тема 25: Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.

Задачи для СРС:

- 1) Найти общее решение дифференциального уравнения: $xy'' = \sqrt{1 + (y')^2}$.
- 2) Найти общее решение дифференциального уравнения: $x^2 y'' + xy' = 1$.
- 3) Найти общее решение дифференциального уравнения: $yy'' + (y')^2 = 1$.

Тема 26, 27, 28: Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Системы дифференциальных уравнений.

Задачи для СРС:

- 1) Найти общее решение дифференциального уравнения: $y'' + y' = 6x^2 + 3x$.
- 2) Решить задачу Коши: $y'' + 4y' + 4y = e^{-x}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.
- 3) Решить задачу Коши: $y'' - y = 5 \sin 2x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

4) Найти общее решение системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = -y + 3z \\ \frac{dz}{dx} = 2y \end{cases}.$$

Тема 29, 30: Признаки Даламбера, Коши. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.

Задачи для СРС:

1) Исследовать на сходимость числовой ряд: $\frac{1}{\ln 2} + \frac{1}{\ln 3} + \dots + \frac{1}{\ln n} + \dots$.

2) Исследовать на сходимость числовой ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$.

3) Исследовать на сходимость числовой ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{2^n-1} \right)^{3n}$.

4) Исследовать на сходимость числовой ряд: $1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{n!} + \dots$.

5) Исследовать на сходимость числовой ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n}{n^3+2}$.

6) Найти сумму ряда: $\sum_{n=5}^{\infty} \frac{6}{(n+2)(n-4)}$.

Тема 31: Степенные ряды.

Задачи для СРС:

1) Найти область сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n} \cdot 3^n}$.

2) Найти область сходимости степенного ряда: $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{(n^2+1)2^n}$.

3) Найти область сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^n}{3^n(n+1)}$.

4) Найти область сходимости степенного ряда: $\sum_{n=0}^{\infty} e^n x^n$.

5) Найти область сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} x^n$.

6) Найти область сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n+3}$.

Тема 32, 33: Ряд Тейлора. Разложение функций в степенные ряды. Приложение степенных рядов.

Задачи для СРС:

1) Вычислить интеграл $\int_0^1 e^{-6x^2} dx$ с точностью до **0,001**.

2) Вычислить интеграл $\int_0^{0.5} \sqrt[3]{1+x^2} dx$ с точностью до 0,001.

3) Получить решение задачи Коши $y'' - y' = x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$ в виде степенного ряда.

4) Найти три первых отличных от нуля члена разложения в степенной ряд решения $y = y(x)$ задачи Коши: $y' = y + 2e^y$, $y(0) = 0$.

7. Образовательные технологии, используемые в преподавании дисциплины.

Образовательные технологии, используемые при изучении дисциплины, предусматривают применение рейтинговой системы. Преподаватель должен разъяснять студентам особенности применения 100-балльной шкалы оценок и других положений рейтинговой системы.

Использование вычислительной техники для изучения дисциплины не является обязательным. Могут применяться различные обучающие и контролирующие программы. В то же время студенты должны знать, что многие изучаемые понятия математического анализа в дальнейшем будут служить основой для построения алгоритмов и создания программ для ЭВМ.

Лекции и практические занятия следует проводить преимущественно в интерактивной форме – находиться в режиме беседы, общения, диалога со студентом.

Задачи по линейной алгебре следует регулярно включать в задание олимпиады по математике.

Наряду со стандартными упражнениями на практических занятиях следует предлагать студентам и задачи повышенной сложности.

8. Критерии оценки результатов обучения.

Профессиональный уровень “5” (отлично)	85-100	Задания правильно решены; полное понимание рассматриваемой темы; полный и глубокий анализ конкретной темы; критическое использование теории и рекомендуемого материала для чтения; расширение и углубление лекционного материала; аргументированная логика; иллюстративность массой примеров и данных
Продвинутый уровень “4” (хорошо)	70-84	Правильное решение, но ряд несущественных упущений в плане содержания; умение аргументировать и использовать примеры; некоторое расширение и углубление лекционного материала
Базовый уровень “3” (удовлетворительно)	60-69	Удовлетворительный уровень, есть ряд существенных недочетов при решении заданий; в основном базируется на лекционном материале
Минимальный уровень “2” (неудовлетворительно)	35-59	Неудовлетворительное выполнение; частичное решение заданий; неадекватность примеров
Минимальный уровень “1” (неудовлетворительно)	0-34	Отсутствие понимания вопроса; наличие серьезных ошибок и несоответствий

Рейтинговая система для оценки успеваемости студентов

Наименование контрольной точки (КТ)	Перечень разделов и тем, входящих в КТ	Форма КТ	Балловая стоимость
Аудиторная контрольная работа	Раздел 1. Предел и непрерывность	Решение задач	5

	функции (темы 1– 4)		
Аудиторная контрольная работа	Раздел 2. Производная функции (темы 5 – 7)	Решение задач	5
Аудиторная контрольная работа	Раздел 4. Функции многих переменных (темы 12 – 16)	Решение задач	4
Аудиторная контрольная работа	Разделы 5. Неопределенный интеграл (темы 17– 19)	Решение задач	5
Аудиторная контрольная работа	Раздел 7. Дифференциальные уравнения (темы 23 – 28)	Решение задач	5
Аудиторная контрольная работа	Раздел 8. Ряды (темы 29 – 33)	Решение задач	4

Разбивка баллов.

Промежуточный рейтинг – 70 баллов:

1) Рейтинг работы студента на практических занятиях – 32 балла.

Максимальный рейтинг, который студент может заработать на одном семинарском занятии — 1 балл:

- за отличный ответ (полный, безошибочный) — 1 балл;
- за активную работу на семинаре — 1 балл;
- за отказ от ответа, за неправильный ответ — 0 баллов.

2) Рейтинг контрольных точек – 28 баллов.

3) Рейтинг поощрительный – 10 баллов:

- решение задач повышенной сложности – 5-10 баллов;
- написание и защита реферата – 5-10 баллов.

Сдача экзамена – 30 баллов.

9. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов освоения программы дисциплины

Текущий контроль успеваемости студентов.

Текущий контроль успеваемости – это установление уровня знаний, умений, владений студентов по отношению к объему и содержанию разделов (модулей, частей) учебных дисциплин, представленных и утвержденных в учебных планах и учебных программах.

Текущий контроль успеваемости осуществляется через комплекс испытаний студентов в виде устных и письменных опросов, коллоквиумов, контрольных работ, проверки домашних заданий, защиты отчетов, компьютерного и бланочного тестирования. Возможны и другие виды контроля по усмотрению кафедры, обеспечивающей учебный процесс по данной дисциплине, в том числе, контроль посещаемости занятий.

В систему текущего контроля рекомендуется вводить необязательные мероприятия, позволяющие повысить семестровый рейтинг, например, участие в олимпиадах, научное исследование, участие в научных конференциях с докладом по теме изучаемого предмета и т.д. с назначением определенных баллов, прибавляемых к семестровому рейтингу по дисциплине. При этом рейтинг не должен превышать 100 баллов.

Для текущего контроля успеваемости на кафедрах, осуществляющих учебный процесс, создаются и периодически актуализируются банки тестов, заданий, программы компьютерных проверок и т.п. материалы.

Виды и сроки проведения мероприятий текущего контроля устанавливаются рабочей программой учебной дисциплины.

Промежуточная аттестация.

Промежуточная аттестация студентов – это установление уровня знаний, умений, владений обучаемых, как показателя уровня освоения требуемых компетенций, по отношению к объему и содержанию учебной дисциплины.

Оценка промежуточной аттестации студента по дисциплине формируется на основании семестрового рейтинга текущего контроля и рейтинга экзаменационного испытания. Экзаменационное испытание проводится в сроки, устанавливаемые в соответствии с утвержденными учебными планами, календарными учебными графиками и приказами.

Преподаватель имеет право принять у студента экзамен только при наличии первичных документов по учету результатов промежуточной аттестации. Первичными документами являются экзаменационные ведомости, индивидуальные разрешения на сдачу экзамена. Все первичные документы должны передаваться в деканат преподавателем лично не позднее следующего дня после проведения испытания промежуточной аттестации.

По результатам промежуточной аттестации студенту, кроме итогового рейтинга по 100-балльной шкале, выставляется итоговая отметка: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

При аттестации на «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно» студент считается получившим положительную оценку и прошедшим промежуточную аттестацию. Положительные оценки и соответствующие рейтинги заносятся в первичные документы и зачетные книжки студентов. Записи в зачетных книжках студентов должны осуществляться только после оформления первичных документов.

Оценки «неудовлетворительно» проставляются только в первичные документы.

Неудовлетворительные результаты промежуточной аттестации по дисциплине или непрохождение промежуточной аттестации в установленные сроки признаются академической задолженностью. Студенты обязаны ликвидировать академическую задолженность.

Виды и сроки проведения мероприятий промежуточной аттестации устанавливаются рабочей программой учебной дисциплины.

10. Комплект оценочных средств по дисциплине

Контрольная работа №1.

1. Вычислить пределы:

$$\begin{array}{ll}
 1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^5 - 3x^2 + 9}{2x^5 + 2x^3 + 5}; & 2) \lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 2x - 15}{2x^2 + 7x - 15}; \\
 3) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{6x+1} - 5}{\sqrt{x} - 2}; & 4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+9}{5+2x} \right)^{3x}; \\
 5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 3x}{\cos x - \cos^3 x}; & 6) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(5-2x)}{\sqrt{10-3x} - 2}.
 \end{array}$$

2. Исследовать функцию на непрерывность. Найти точки разрыва и определить их тип. Построить схематический график функции в окрестности точки разрыва.

$$1) f(x) = 5^{\frac{x}{x+3}}; \quad 2) f(x) = \begin{cases} 1-x, & x \leq 1 \\ (x-1)^2, & 1 < x \leq 3 \\ \frac{6}{x}, & x > 3 \end{cases}$$

Контрольная работа №2.

1. Найти y' :

$$\text{а) } y = 2x^3 - \sqrt[3]{x^2} + 3^x + 5; \quad \text{б) } y = \sqrt{2x - x^3} + (2x^2 + 5)^2;$$

$$\text{в) } y = x \cdot \operatorname{tg}(2x); \quad \text{г) } y = \frac{\sin 2x}{1-x} + \cos^5 3x.$$

2. Записать дифференциалы dy и d^2y для функции $y = e^{\sin 2x}$.

Контрольная работа №3.

1) Найти частные производные 1-го порядка функций:

$$\text{а) } z = x^2 y - 3x + \sqrt{y} - 2; \quad \text{б) } u = xyz - \frac{y}{x} - \frac{\sqrt{x}}{y^2 z}.$$

2) Найти частные производные 2-го порядка функции $z = x + e^{xy}$.

3) Найти dz , если $z = \ln \cos(x-y)$, $x = e^{-2t}$, $y = \cos^2 t$.

4) Записать уравнение касательной плоскости P и уравнения нормали N к поверхности $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ в точке $M_0(-1, 2, 2)$.

5) Для функции $z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$ в точке $M_0(1, 1)$ найти:

- производную по направлению вектора $\vec{a} = (1, -1)$;
- градиент;
- модуль градиента.

6) Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 - 3x^2 - 9x + y^2 + 4y - 1$.

Контрольная работа №4.

Вычислить неопределённые интегралы:

$$\begin{array}{ll}
 1) \int \left(2x - \frac{3}{x} + 6 \right) dx; & 2) \int \left(\frac{\sqrt{x}-2}{x^3} - \frac{5}{\sin^2 x} + 2^x \right) dx; \\
 3) \int (3x-1)^9 dx; & 4) \int \frac{\sin x dx}{\cos^2 x}; \\
 5) \int (x-1) \ln x dx; & 6) \int \frac{x^2 - x + 1}{x^3 + x} dx; \\
 7) \int \frac{x}{\sqrt{1+x+x^2}} dx; & 8) \int \sin^3 5x dx.
 \end{array}$$

Контрольная работа №5.

- Найти общее решение уравнений:
 - $y' = 2x - 1$; б) $xy' + y = x^3$.
- Найти решение задачи Коши:

$$xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y, \quad y(1) = 1;$$
- Найти решение задачи Коши, определив частное решение методом неопределённых коэффициентов:

$$y'' + y = 6x^2 + 3x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$
- Найти общее решение системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x - 2y \\ \frac{dy}{dt} = 3x + 4y \end{cases}.$$

Контрольная работа №6.

1. Исследовать на сходимость числовые ряды:

$$\begin{array}{lll}
 \text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+n}{n^3}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^{2n}}{(n+1)!}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \cdot \left(\frac{n}{5n+1} \right)^{-n}; \\
 \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^{-n} \cdot 2^n; & \text{д) } \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{(1 \cdot 2)^2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{(1 \cdot 2 \cdot 3)^2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + \dots
 \end{array}$$

2. Найти область сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 \cdot (x+2)^n}{n+1}$.

Вопросы к зачету.

3-й семестр

- 1) Предел последовательности. Сходящиеся последовательности. Примеры.
- 2) Достаточное условие сходимости монотонной числовой последовательности.
- 3) Предел функции. Односторонние пределы.
- 4) Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Связь между функцией, её пределом и бесконечно малой величиной.
- 5) Арифметические свойства предела функции.
- 6) Первый замечательный предел.
- 7) Второй замечательный предел.
- 8) Непрерывность функции в точке.
- 9) Точки разрыва функции. Точка разрыва 1-го рода; точка разрыва 2-го рода; устранимая точка разрыва.
- 10) Свойства функций, непрерывных в точке.
- 11) Свойства функций, непрерывных на отрезке.
- 12) Непрерывность элементарных функций.
- 13) Основные эквивалентности бесконечно малых функций.
- 14) Эквивалентность бесконечно больших функций. Использование эквивалентностей при вычислении пределов.
- 15) Производная функции.
- 16) Механический и геометрический смысл производной.
- 17) Уравнение касательной и нормали к графику функции $y = f(x)$.
- 18) Связь непрерывности и дифференцируемости в точке.
- 19) Правила дифференцирования суммы, произведения и частного функций.
- 20) Правило дифференцирования сложной функции.
- 21) Правила дифференцирования основных элементарных функций.
- 22) Правило дифференцирования параметрически заданной функции.
- 23) Дифференцирование неявно заданной функции.
- 24) Логарифмическое дифференцирование.
- 25) Дифференциал функции.
- 26) Геометрический смысл дифференциала функции.
- 27) Производные и дифференциалы высших порядков.
- 28) Теоремы о среднем.
- 29) Правило Лопиталю.
- 30) Формула Тейлора. Разложения по формуле Маклорена для функций e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^a$.
- 31) Достаточный признак монотонности дифференцируемой функции.
- 32) Экстремум функции. Необходимый признак экстремума.
- 33) Достаточный признак экстремума.
- 34) Определение выпуклости, вогнутости графика функции.
- 35) Точки перегиба. Необходимый и достаточный признак существования точки перегиба.

- 36) Асимптоты графика функции.
- 37) Необходимый и достаточный признак существования наклонной асимптоты.
- 38) Общая схема исследования функции и построение её графика.
- 39) Наибольшее и наименьшее значение непрерывной функции на отрезке.
- 40) Функция нескольких переменных. Примеры.
- 41) Предел функции $f(x, y)$ в точке $M_0(x_0, y_0)$. Непрерывность функции $f(M)$ в точке M_0 .
- 42) Частные производные.
- 43) Дифференцируемой функции нескольких переменных.
- 44) Дифференциал функции нескольких переменных.
- 45) Частные производные и дифференциалы высших порядков.
- 46) Точки экстремума функции нескольких переменных. Необходимый признак экстремума функции нескольких переменных.
- 47) Достаточный признак экстремума функции нескольких переменных.
- 48) Наибольшее и наименьшее значения функции 2-х переменных в замкнутой области.
- 49) Производная по направлению скалярного поля. Градиент скалярного поля. Связь между производной по направлению и градиентом.
- 50) Касательная плоскость и нормаль к пространственной кривой.

4-й семестр

- 1) Первообразная функции. Примеры.
- 2) Теорема о множестве всех первообразных для функции.
- 3) Неопределённый интеграл.
- 4) Основные свойства неопределённого интеграла.
- 5) Метод интегрирования: подстановкой или замена переменной.
- 6) Метод интегрирования по частям.
- 7) Метод интегрирования рациональных дробей.
- 8) Интегрирование иррациональных выражений, содержащих квадратный трёхчлен.
- 9) Общий метод интегрирования тригонометрических функций.
- 10) Методы вычисления интегралов вида $\int \sin^m x \cos^n x dx$, где m и n – целые числа.
- 11) Определённый интеграл от данной функции на данном отрезке.
- 12) Основные свойства определённого интеграла.
- 13) Геометрический смысл определённого интеграла от данной функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$.
- 14) Теорема Барроу об интеграле с переменным верхним пределом.
- 15) Формула Ньютона – Лейбница.
- 16) Метод замены переменной (подстановки) в определённом интеграле.

- 17) Несобственный интеграл от данной функции по бесконечному интервалу.
- 18) Несобственный интеграл от неограниченной функции.
- 19) Геометрические приложения определённого интеграла.
- 20) Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Задача Коши. Определение общего и частного решения.
- 21) Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
- 22) Однородные дифференциальные уравнения.
- 23) Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка.
- 24) Дифференциальные уравнения Бернулли.
- 25) Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах. Необходимое и достаточное условие.
- 26) Дифференциальные уравнения 2-го порядка. Задача Коши. Общее и частное решение дифференциального уравнения 2-го порядка.
- 27) Способ решения дифференциального уравнения $y'' = f(x)$.
- 28) Способ решения дифференциального уравнения $y'' = f(x, y')$.
- 29) Способ решения дифференциального уравнения $y'' = f(y, y')$.
- 30) Линейное однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка. Свойства решений. Понятие фундаментальной системы решений.
- 31) Теорема о структуре общего решения линейного однородного дифференциального уравнения 2-го порядка.
- 32) Теорема о структуре общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения 2-го порядка.
- 33) Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами в случае различных действительных характеристических чисел.
- 34) Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами в случае одинаковых действительных характеристических чисел.
- 35) Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами в случае комплексных характеристических чисел.
- 36) Нахождение частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью $f(x) = e^{\alpha x} P_n(x)$.
- 37) Нахождение частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью $f(x) = e^{\alpha x} [P_n(x) \cos \beta x + R_m(x) \sin \beta x]$.
- 38) Нормальная система 2-х дифференциальных уравнений. Задача Коши. Общее и частное решение системы дифференциальных уравнений.
- 39) Решение однородной линейной системы 2-х дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
- 40) Понятие ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Примеры.

- 41) Необходимый признак сходимости ряда. Примеры.
- 42) Интегральный признак сходимости. Сходимость ряда Дирихле.
- 43) 1-й признак сравнения знакоположительных рядов.
- 44) 2-й признак сравнения знакоположительных рядов.
- 45) Признак сходимости Даламбера.
- 46) Признак сходимости Коши.
- 47) Признак сходимости Лейбница для знакочередующихся рядов.
- 48) Абсолютная и условная сходимость знакочередующегося ряда.

Примеры.

- 49) Степенной ряд.
- 50) Теорема Абеля. Нахождение радиуса и интервала сходимости степенного ряда.
- 51) Свойства степенных рядов.
- 52) Разложение функции в степенной ряд.
- 53) Ряд Тейлора функции $f(x)$. Определение коэффициентов ряда Тейлора.
- 54) Необходимые и достаточные условия разложения функции в ряд Тейлора.
- 55) Разложения в ряд Маклорена функций e^x , $\sin x$, $\cos x$, $(1+x)^a$, $\ln(1+x)$, $\arcsin x$, $\arctg x$.
- 56) Приближенное вычисление значения функции с помощью степенных рядов. Пример.
- 57) Метод интегрирования функций с помощью степенных рядов. Пример.
- 58) Метод интегрирования дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов. Пример.

Задачи к зачету (3 семестр).

Задача №1.

Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-1}{5x-3}$.

Задача №2.

Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + x - 10}{e^{x-2} - 1}$.

Задача №3.

Исследовать функцию на непрерывность. Найти точки разрыва и определить их тип. Построить схематический график функции $f(x) = \frac{2x+1}{x}$.

Задача №4.

Исследовать функцию на непрерывность. Найти точки разрыва и определить

их тип. Построить схематический график функции $f(x) = \begin{cases} 2-x, & x \leq 2 \\ (x-2)^2, & 2 < x \leq 3 \\ \frac{9}{x}, & x > 3 \end{cases}$.

Задача №5.

Найти производную функции: $f(x) = 2 - x + 4x^3 + \sqrt[4]{x}$.

Задача №6.

Найти производную функции: $f(x) = (1-2x)^3 \cdot \sin 3x$.

Задача №7.

Составить уравнение касательной к кривой $y = x^3 + 2x - 5$ в точке $(1, -2)$.

Задача №8.

Исследовать функцию $f(x) = 2x + 3 \cdot \sqrt[3]{x^2}$ на экстремум.

Задача №9.

Найти частные производные 1-го порядка функции: $z = x^2 y - \frac{x}{y} + 2x - 1$.

Задача №10.

Найти производную функции $z = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$ в точке $M(1, 1)$ в направлении от этой точки к точке $N(4, -3)$.

Задача №11.

Найти наименьшее и наибольшее значения функции $z = x^2 + y^2 - 9xy + 2$ в замкнутой области, заданной системой неравенств: $0 \leq x \leq 3$, $0 \leq y \leq 3$.

Задачи к экзамену (4 семестр).

Задача №1.

Вычислить неопределенный интеграл: $\int \left(2x - \sqrt[3]{x} + \frac{1}{x^3} - 3 \right) dx$.

Задача №2.

Вычислить неопределенный интеграл: $\int x^2 \ln x dx$.

Задача №3.

Вычислить определенный интеграл: $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{1+2x}}$.

Задача №4.

Найти общее решение дифференциального уравнения: $xy' - 1 = 2y$.

Задача №5.

Найти общее решение дифференциального уравнения: $(x^2 - y^2)dx + 2xydy = 0$.

Задача №6.

Решить задачу Коши: $y'' = \frac{y'}{x}$, $y(1) = 2$, $y'(1) = 1$.

Задача №7.

Найти общее решение дифференциального уравнения: $y'' - 2y' + y = x + 1$.

Задача №8.

Исследовать на сходимость числовой ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{3^n}$.

Задача №9.

Исследовать на сходимость знакочередующийся числовой ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^3}$.

Задача №10.

Найти область сходимости степенного ряда: $\frac{x+3}{1} + \frac{(x+3)^2}{4} + \frac{(x+3)^3}{9} + \dots$

Тесты для самоконтроля.

Входное тестирование (проверка остаточных знаний).

1. Результат действия $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$ равен...

- a. $\sqrt{2,5}$
- b. $\sqrt{10}$
- c. $\sqrt[4]{2,5}$
- d. 2,5

2. Результат сложения дробей $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ равен...

- a. $\frac{2}{5}$
- b. $\frac{5}{6}$

- c. $\frac{1}{5}$
d. 1
3. Результат действия $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}\right)^{\frac{1}{2}}$ равен...
- a. 2
b. $\frac{1}{2}$
c. 4
d. -2
4. Решение уравнения $x^2=4$ равно...
- a. 2
b. -2
c. ± 2
d. 16
5. Разложение на множители выражения x^2-9 имеет вид...
- a. $(x-3)(x+3)$
b. $(x-3)(x-3)$
c. $(x+3)(x+3)$
d. $(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)$
6. Решением уравнения $x^3-1=0$ является...
- a. $x=1$
b. $x=-1$
c. $x=0$
d. $x=\pm 1$
7. Производная функции $y=x^2$ равна...
- a. $2x+1$
b. $2x$
c. x
d. 2
8. Количество корней уравнения $x(x^2 + 2x - 3) = 0$ равно...
- a. 2
b. 3
c. 1
d. 0

1. Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 3x + 2}{2x^2 + x - 2}$ равен...

- a. ∞
- b. 3
- c. 1,5
- d. -1

2. Предел $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 1}$ равен...

- a. 0
- b. $\frac{1}{2}$
- c. 1
- d. $-\frac{1}{2}$

3. Точка разрыва функции $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } x \leq 1 \\ 4 - 3x, & \text{если } 1 < x < 2 \\ x + 1, & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$ равна...

- a. 1
- b. 3
- c. 2
- d. -2

4. Для функции $f(x) = \frac{x+1}{x^2-9}$ точка $x=3$ является точкой...

- a. разрыва первого рода
- b. непрерывности
- c. разрыва второго рода
- d. устранимого разрыва

5. Производная функции $y = x^2 \cos 2x$ равна ...

- a. $y = x(2 \cos 2x - x \sin 2x)$
- b. $y = 2x(\cos 2x + x \sin 2x)$
- c. $y = 2x(\cos 2x - x \sin 2x)$
- d. $y = -4x \sin 2x$

6. Производная второго порядка функции $y = \ln(3 - 2x)$ равна...¹

- a. $-\frac{2}{(3-2x)^2}$
- b. $\frac{2}{(3-2x)^2}$

¹ Тесты 2-6 содержатся на сайте ФЭПО <http://www.i-fgos.ru>

- c. $-\frac{4}{(3-2x)^2}$
 d. $\frac{4}{(3-2x)^2}$

7. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции $z = \ln(x^2 y - 3y + 1)$ имеет вид...

- a. $\frac{2xy}{x^2 y - 3y + 1}$
 b. $\frac{x^2 - 3}{x^2 y - 3y + 1}$
 c. $\frac{x^2 + 2xy - 3}{x^2 y - 3y + 1}$
 d. $\frac{1}{x^2 y - 3y + 1}$

8. Неопределенный интеграл $\int e^{x^2} x dx$ равен...

- a. $e^{x^2} + c$
 b. $e^{x^2} x^2 + c$
 c. $\frac{1}{2} e^{x^2} + c$
 d. $\frac{1}{3} e^{x^2} + c$

9. Неопределенный интеграл $\int \sin(3x + 1) dx$ равен...

- a. $\cos(3x + 1) + c$
 b. $3\cos(3x + 1) + c$
 c. $\frac{1}{3}\cos(3x + 1) + c$
 d. $-\frac{1}{3}\cos(3x + 1) + c$

10. Определенный интеграл $\int_1^2 \frac{x^2 dx}{1+x^3}$ равен...²

- a. $\frac{1}{3}\ln 7$
 b. $\frac{1}{3}\ln 9$
 c. $\frac{1}{3}\ln 4,5$

² Тесты 7, 10 содержатся на сайте ФЭПО <http://www.i-fgos.ru>

d. $\frac{1}{3} \ln 18$

Выходное тестирование

1. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 2x}{x \sin x}$ равен...
 - a. 4
 - b. 1
 - c. 0
 - d. 2
2. Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+3} - \sqrt{x})$ равен...
 - a. 0
 - b. $+\infty$
 - c. $\sqrt{3}$
 - d. 1
3. Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^{x+2}$ равен...
 - a. ∞
 - b. e^{-2}
 - c. e^2
 - d. 1
4. Количество точек разрыва функции $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x(x-1)(x-4)}$ равно ...
 - a. 4
 - b. 2
 - c. 3
 - d. 1
5. Точка разрыва функции $f(x) = \frac{\ln x}{x^2 - 4}$ равна...
 - a. -2
 - b. 0
 - c. 1
 - d. 2
6. Производная функции $y = \arcsin \sqrt{x}$ равна...³
 - a. $\frac{1}{\sqrt{1-x}}$

³ Тесты 1-6 содержатся на сайте ФЭПО <http://www.i-fgos.ru>

- b. $\frac{2}{\sqrt{x-x^2}}$
 c. $\frac{1}{2\sqrt{x-x^2}}$
 d. $-\frac{1}{2\sqrt{x-x^2}}$

7. Производная функции $y = \ln \frac{x+1}{x-2}$ равна...

- a. $-\frac{1}{(x+1)(x-2)}$
 b. $\frac{x-2}{x+1}$
 c. $\frac{2x-1}{(x+1)(x-2)}$
 d. $-\frac{3}{(x+1)(x-2)}$

8. Производная второго порядка функции $y = \frac{x-3}{x+2}$ равна...

- a. $\frac{5}{(x+2)^3}$
 b. $-\frac{5}{(x+2)^3}$
 c. $\frac{10}{(x+2)^3}$
 d. $-\frac{10}{(x+2)^3}$

9. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ функции $z = \arcsin x^2 y$ имеет вид...⁴

- a. $\frac{x^2}{\sqrt{1-x^4 y^2}}$
 b. $\frac{x^2}{\sqrt{1+x^4 y^2}}$
 c. $\frac{2xy}{\sqrt{1-x^4 y^2}}$
 d. $\frac{2xy}{\sqrt{1+x^4 y^2}}$

⁴ Тесты 7-9 содержатся на сайте ФЭПО <http://www.i-fgos.ru>

10. Частная производная второго порядка $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = x^2 y^2 - xy + 2y + 4$ имеет вид ...

- a. $2y^2$
- b. $2x^2$
- c. $4xy - 1$
- d. $2xy^2 - y$

11. Неопределенный интеграл $\int x^2 \ln x dx$ равен...

- a. $\frac{x^3}{9}(\ln x - 1) + C$
- b. $\frac{x^2}{3}(x \ln x - 1) + C$
- c. $\frac{x^3}{9}(3 \ln x + 1) + C$
- d. $\frac{x^3}{9}(3 \ln x - 1) + C$

12. Неопределенный интеграл $\int \frac{(2\sqrt{x} - 1)^2}{x} dx$ равен...

- a. $4x - \frac{2}{\sqrt{x}} + \ln|x| + C$
- b. $4x - 8\sqrt{x} + \ln|x| + C$
- c. $4x - 4\sqrt{x} + \ln|x| + C$
- d. $4x + 8\sqrt{x} + \ln|x| + C$

13. Определенный интеграл $\int_0^2 \frac{xdx}{\sqrt{1+2x^2}}$ равен...

- a. 1
- b. $\frac{2\sqrt{2} - 1}{2}$
- c. 2
- d. $\frac{1}{2}$

14. Общее решение дифференциального уравнения $xy' + y = 0$ имеет вид...⁵

- a. $y = C - x, C \in R$
- b. $y = \frac{C}{x}, C \in R$

⁵ Тесты 11-14 содержатся на сайте ФЭПО <http://www.i-fgos.ru>

с. $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = C, C \in R$

д. $y = Cx, C \in R$

15. Общее решение дифференциального уравнения $y' + 2xy = 0$ имеет вид...

а. $y = C - x^2, C \in R$

б. $y = C - e^{x^2}, C \in R$

с. $y = C + e^{-x^2}, C \in R$

д. $y = Ce^{-x^2}, C \in R$

16. Частное решение дифференциального уравнения $y' = \frac{1}{\cos^2 2x}$,

удовлетворяющее условию $y\left(\frac{\pi}{8}\right) = 0$, имеет вид...

а. $y = 2\operatorname{tg} 2x - 2$

б. $y = \frac{1}{2}\operatorname{tg} 2x - \frac{1}{2}$

с. $y = \frac{1}{2}\operatorname{tg} 2x + \frac{1}{2}$

д. $y = \operatorname{tg} 2x - 1$

17. Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения $y'' + 4y' + 5y = 0$ имеет вид...

а. $y = e^{-x}(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$

б. $y = C_1 e^{-5x} + C_2 e^x$

с. $y = e^{2x}(C_1 \cos x + C_2 \sin x)$

д. $y = e^{-2x}(C_1 \cos x + C_2 \sin x)$

18. Даны числовые ряды:

А) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n-1}\right)^n$

В) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$

Тогда...

а. ряд А) расходится, ряд В) расходится

б. ряд А) сходится, ряд В) расходится

с. ряд А) сходится, ряд В) сходится

д. ряд А) расходится, ряд В) сходится

19. Числовой ряд $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^\alpha}$ сходится при α , равном...⁶

а. 1

⁶ Тесты 15-19 содержатся на сайте ФЭПО <http://www.i-fgos.ru>

- b. 0,5
- c. 2
- d. 0

20. Интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n3^n}$ равен...

- a. $(-3;3)$
- b. $(-1;1)$
- c. $(0;3)$
- d. $(-3;0)$

Примеры решения задач (пошаговое решение задач с комментариями).

Пример 1.

Найти предел: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 8x + 12}$.

Решение.

Для нахождения этого предела разложим на множители числитель и знаменатель данной дроби. Для этого решим квадратные уравнения:

$$\begin{array}{ll} x^2 - 6x + 8 = 0; & x^2 - 8x + 12 = 0; \\ D = 36 - 32 = 4; & D = 64 - 48 = 16; \\ x_1 = (6 + 2)/2 = 4; & x_1 = (8 + 4)/2 = 6; \\ x_2 = (6 - 2)/2 = 2; & x_2 = (8 - 4)/2 = 2. \end{array}$$

Тогда $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-4)}{(x-2)(x-6)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-4}{x-6} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Пример 2.

Найти предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{1 - \cos x}$.

Решение.

Так как $1 - \cos x = 2 \sin^2 \frac{x}{2} \sim 2 \left(\frac{x}{2}\right)^2$ при $x \rightarrow 0$, то $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{1 - \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{\frac{x^2}{2}} = \lim_{x \rightarrow 0} 2x = 0$.

Пример 3.

Найти предел: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}{x^2 - 3x + 2}$.

Решение.

Разложим числитель и знаменатель на множители: $x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$;
 $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = (x-1)(x-2)(x-3)$.

Тогда $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{(x-1)(x-2)} = -2$.

Пример 4.

Найти предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{1-x+x^2}}{x^2 - x}$.

Решение.

Домножим числитель и знаменатель дроби на сопряженное выражение и применим формулу разности квадратов:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+x+x^2 - 1+x-x^2}{x(x-1)(\sqrt{1+x+x^2} + \sqrt{1-x+x^2})} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x(x-1)(\sqrt{1+x+x^2} + \sqrt{1-x+x^2})} = \\ &= \frac{2}{-1 \cdot (1+1)} = -1. \end{aligned}$$

Пример 5.

Найти производную функции: $y = x \cos x \sin x + \frac{1}{2} \cos^2 x$.

Решение.

Сначала преобразуем данную функцию и применим правило дифференцирования сложной функции:

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{2} \cos^2 x \\ y' &= \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{2} x 2 \cos 2x + \frac{1}{2} 2 \cos x (-\sin x) = \frac{1}{2} \sin 2x + x \cos 2x - \sin x \cos x = x \cos 2x. \end{aligned}$$

Пример 6.

Найти производную функции: $y = \frac{x^2 e^{x^2}}{x^2 + 1}$.

Решение.

Применяем правило дифференцирования частного двух функций:

$$\begin{aligned} y' &= \frac{(2xe^{x^2} + x^2 2xe^{x^2})(x^2 + 1) - (2x)x^2 e^{x^2}}{(x^2 + 1)^2} = \frac{2x^3 e^{x^2} + 2x^5 e^{x^2} + 2xe^{x^2} + 2x^3 e^{x^2} - 2x^3 e^{x^2}}{(x^2 + 1)^2} = \\ &= \frac{2xe^{x^2}(x^4 + 1 + x^2)}{(x^2 + 1)^2}. \end{aligned}$$

Пример 7.

Найти предел с помощью правила Лопиталья: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1 + \ln x}{e^x - e}$.

Решение.

Как видно, при попытке непосредственного вычисления предела получается неопределенность вида $\frac{0}{0}$. Функции, входящие в числитель и знаменатель дроби удовлетворяют требованиям теоремы Лопиталья.

$$f'(x) = 2x + \frac{1}{x}; g'(x) = e^x. \text{ Тогда } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x + \frac{1}{x}}{e^x} = \frac{2+1}{e} = \frac{3}{e}.$$

Пример 8.

Найти предел с помощью правила Лопиталья: $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x^x$.

Решение.

Здесь $y = x^x$, $\ln y = x \ln x$.

$$\text{Тогда } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \ln y = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x \ln x = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{\ln x}{\frac{1}{x}} = \left\{ \begin{array}{l} \text{правило} \\ \text{Лопиталья} \end{array} \right\} = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{1/x}{-1/x^2} = -\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x = 0;$$

следовательно, $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \ln y = \ln \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} y = 0; \Rightarrow \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} y = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x^x = 1$.

Пример 9.

Найти наклонные асимптоты графика функции: $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 2}$.

Решение.

Находим наклонную асимптоту, которая имеет вид $y = kx + b$.

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x + 3}{x(x+2)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 2x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}}{1 + \frac{2}{x}} = 1;$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 2x + 3}{x + 2} - x \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 2x + 3 - x^2 - 2x}{x + 2} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x + 3}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4 + \frac{3}{x}}{1 + \frac{2}{x}} = -4$$

Итак, прямая $y = x - 4$ является наклонной асимптотой.

Пример 10.

Найти полный дифференциал функции: $z = \frac{y}{x^2 - y^2}$.

Решение.

Находим частные производные и подставляем в формулу дифференциала:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-2yx}{(x^2 - y^2)^2}; \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{y'(x^2 - y^2) - y(-2y)}{(x^2 - y^2)^2} = \frac{x^2 - y^2 + 2y^2}{(x^2 - y^2)^2} = \frac{x^2 + y^2}{(x^2 - y^2)^2},$$

$$dz = -\frac{2xy}{(x^2 - y^2)} dx + \frac{x^2 + y^2}{(x^2 - y^2)^2} dy.$$

Пример 11.

Найти уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = x^2 - 2xy + y^2 - x + 2y$ в точке $M(1, 1, 1)$.

Решение.

Находим частные производные в точке M и подставляем полученные результаты в формулы уравнений касательной плоскости и нормали.

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 2x - 2y - 1; \quad \frac{\partial z}{\partial y} = -2x + 2y + 2; \quad \left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_M = -1; \quad \left. \frac{\partial z}{\partial y} \right|_M = 2.$$

Уравнение касательной плоскости:

$$z - 1 = -(x - 1) + 2(y - 1); \quad x - 2y + z = 0.$$

Уравнение нормали:

$$\frac{x - 1}{-1} = \frac{y - 1}{2} = \frac{z - 1}{-1}.$$

Пример 12.

Найти неопределенный интеграл: $\int (x^2 - 2\sin x + 1) dx$.

Решение.

Используем свойства неопределенного интеграла и таблицу неопределенных интегралов:

$$\int (x^2 - 2\sin x + 1) dx = \int x^2 dx - 2 \int \sin x dx + \int dx = \frac{1}{3} x^3 + 2\cos x + x + C;$$

Пример 13.

Найти неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x}}$.

Решение.

$$\int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x}} = \left\{ \sqrt{x} = t; \quad \frac{dt}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2t} \right\} = \int \frac{2tdt}{(t^2+1)t} = 2 \int \frac{dt}{t^2+1} = 2\arctg t + C = 2\arctg \sqrt{x} + C.$$

Пример 14.

Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{7x - 2}{3x^2 - 5x + 4} dx$.

Решение.

Сводим интеграл к табличному (выделяем полный квадрат в знаменателе и делаем замену):

$$\int \frac{7x-2}{3x^2-5x+4} dx = \int \frac{84x-24}{36x^2-60x+48} dx = \int \frac{84x-24}{(6x-5)^2+23} dx = \left. \begin{cases} u=6x-5; & du=6dx; \\ x=\frac{u+5}{6}; \end{cases} \right\} =$$

$$= \frac{1}{6} \int \frac{14u+70-24}{u^2+23} du = \frac{7}{3} \int \frac{udu}{u^2+23} + \frac{23}{3} \int \frac{du}{u^2+23} = \frac{7}{6} \ln(u^2+23) + \frac{23}{3\sqrt{23}} \operatorname{arctg} \frac{u}{\sqrt{23}} + C =$$

$$= \frac{7}{6} \ln|36x^2-60x+48| + \frac{\sqrt{23}}{3} \operatorname{arctg} \frac{6x-5}{\sqrt{23}} + C.$$

Пример 15.

Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{3x+4}{\sqrt{7-x^2+6x}} dx$.

Решение.

Сводим интеграл к табличному (выделяем полный квадрат в знаменателе и делаем замену):

$$\int \frac{3x+4}{\sqrt{7-x^2+6x}} dx = \int \frac{3x+4}{\sqrt{16-(x-3)^2}} dx = \left. \begin{cases} u=x-3; & du=dx; \\ x=u+3; \end{cases} \right\} = \int \frac{3u+9+4}{\sqrt{16-u^2}} du = 3 \int \frac{udu}{\sqrt{16-u^2}} +$$

$$+ 13 \int \frac{du}{\sqrt{16-u^2}} = -3\sqrt{16-u^2} + 13 \arcsin \frac{u}{4} + C = -3\sqrt{7-x^2-6x} + 13 \arcsin \frac{x-3}{4} + C.$$

Пример 16.

Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{3x+5}{(x^2-4x+7)^2} dx$.

Решение.

Сводим интеграл к табличному (выделяем полный квадрат в знаменателе и делаем замену):

$$\int \frac{3x+5}{(x^2-4x+7)^2} dx = \int \frac{3x+5}{((x-2)^2+3)^2} dx = \left. \begin{cases} u=x-2; & du=dx; \\ x=u+2; \end{cases} \right\} = \int \frac{3u+6+5}{(u^2+3)^2} du =$$

$$= 3 \int \frac{udu}{(u^2+3)^2} + 11 \int \frac{du}{(u^2+3)^2} = \left. \begin{cases} t=u^2+3; \\ dt=2udu; \end{cases} \right\} = \frac{3}{2} \int \frac{dt}{t^2} + 11 \left[\frac{u}{3 \cdot 2(u^2+3)} + \frac{1}{3 \cdot 2} \int \frac{du}{u^2+3} \right] =$$

$$= -\frac{3}{2t} + \frac{11u}{6(u^2+3)} + \frac{11}{6\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{u}{\sqrt{3}} + C = -\frac{3}{2(x^2-4x+7)} + \frac{11(x-2)}{6(x^2-4x+7)} + \frac{11}{6\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{x-2}{\sqrt{3}} + C.$$

Пример 17.

Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{9x^3-30x^2+28x-88}{(x^2-6x+8)(x^2+4)} dx$.

Решение.

Т.к. $(x^2-6x+8)(x^2+4) = (x-2)(x-4)(x^2+4)$, то

$$\frac{9x^3 - 30x^2 + 28x - 88}{(x-2)(x-4)(x^2+4)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-4} + \frac{Cx+D}{x^2+4}.$$

Приводя к общему знаменателю и приравнявая соответствующие числители, получаем:

$$A(x-4)(x^2+4) + B(x-2)(x^2+4) + (Cx+D)(x^2-6x+8) = 9x^3 - 30x^2 + 28x - 88$$

$$(A+B+C)x^3 + (-4A-2B-6C+D)x^2 + (4A+4B+8C-6D)x + (-16A-8B+8D) = 9x^3 - 30x^2 + 28x - 88.$$

Составляем систему уравнений из равенства коэффициентов при соответствующих степенях и решаем ее:

$$\begin{cases} A+B+C=9 \\ -4A-2B-6C+D=-30 \\ 4A+4B+8C-6D=28 \\ -16A-8B+8D=-88 \end{cases} \quad \begin{cases} C=9-A-B \\ D=-30+4A+2B+54-6A-6B \\ 2A+2B+4C-3D=14 \\ 2A+B-D=11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C=9-A-B \\ D=24-2A-4B \\ 2A+2B+36-4A-4B-72+6A+12B=14 \\ 2A+B-24+2A+4B=11 \end{cases} \quad \begin{cases} C=9-A-B \\ D=24-2A-4B \\ 4A+10B=50 \\ 4A+5B=35 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C=9-A-B \\ D=24-2A-4B \\ 4A+10B=50 \\ 50-10B+5B=35 \end{cases} \quad \begin{cases} C=9-A-B \\ D=24-2A-4B \\ 4A+10B=50 \\ B=3 \end{cases} \quad \begin{cases} A=5 \\ B=3 \\ C=1 \\ D=2 \end{cases}$$

Итого:

$$\int \frac{5}{x-2} dx + \int \frac{3}{x-4} dx + \int \frac{x+2}{x^2+4} dx = 5 \ln|x-2| + 3 \ln|x-4| + \int \frac{x}{x^2+4} dx + \int \frac{2}{x^2+4} dx =$$

$$= 5 \ln|x-2| + 3 \ln|x-4| + \frac{1}{2} \ln(x^2+4) + \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + C.$$

Пример 18.

Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{dx}{4 \sin x + 3 \cos x + 5}.$

Решение.

Используем основную тригонометрическую подстановку и выражаем синус и косинус через тангенс:

$$\int \frac{dx}{4\sin x + 3\cos x + 5} = \int \frac{\frac{2dt}{1+t^2}}{4\frac{2t}{1+t^2} + 3\frac{1-t^2}{1+t^2} + 5} = 2\int \frac{dt}{8t + 3 - 3t^2 + 5 + 5t^2} = 2\int \frac{dt}{2t^2 + 8t + 8} =$$

$$= \int \frac{dt}{t^2 + 4t + 4} = \int \frac{dt}{(t+2)^2} = -\frac{1}{t+2} + C = -\frac{1}{\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 2} + C.$$

Пример 19.

Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{\sin^3 x}{2 + \cos x} dx$.

Решение.

$$\int \frac{\sin^3 x}{2 + \cos x} dx = \left\{ \begin{array}{l} \cos x = t \\ dt = -\sin x dx \end{array} \right\} = -\int \frac{1-t^2}{2+t} dt = \int \frac{t^2 + 4t + 4 - 4t - 5}{t+2} dt = \int \left[\frac{(t+2)^2 - 4t - 5}{t+2} \right] dt =$$

$$= \int \left[t + 2 - \frac{4t}{t+2} - \frac{5}{t+2} \right] dt = \int t dt + \int 2 dt - 4 \int \frac{t dt}{t+2} - 5 \int \frac{dt}{t+2} = \frac{t^2}{2} + 2t - 5 \ln|t+2| - 4 \int \frac{t}{t+2} dt =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \frac{t}{t+2} = \frac{A}{t+2} + B \\ A + Bt + 2 = t \\ B = 1, \quad A = -2 \\ \frac{t}{t+2} = \frac{-2}{t+2} + 1 \end{array} \right\} = \frac{t^2}{2} + 2t - 5 \ln|t+2| + 8 \int \frac{dt}{t+2} - 4 \int dt = \frac{t^2}{2} + 2t - 5 \ln|t+2| + 8 \ln|t+2| - 4t =$$

$$= \frac{t^2}{2} - 2t + 3 \ln|t+2| + C = \frac{\cos^2 x}{2} - 2\cos x + 3 \ln(\cos x + 2) + C.$$

Пример 20.

Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{dx}{\sin^2 x + 6\sin x \cos x - 16\cos^2 x}$.

Решение.

Сведем подынтегральную функцию к тангенсу:

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x + 6\sin x \cos x - 16\cos^2 x} = \int \frac{\frac{1}{\cos^2 x}}{\operatorname{tg}^2 x + 6\operatorname{tg} x - 16} dx = \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{tg} x = t; \\ \frac{1}{\cos^2 x} dx = d(\operatorname{tg} x) = dt \end{array} \right\} =$$

$$= \int \frac{dt}{t^2 + 6t - 16} = \int \frac{dt}{(t+3)^2 - 25} = \frac{1}{10} \ln \left| \frac{\operatorname{tg} x + 3 - 5}{\operatorname{tg} x + 3 + 5} \right| + C = \frac{1}{10} \ln \left| \frac{\operatorname{tg} x - 2}{\operatorname{tg} x + 8} \right| + C.$$

Пример 21.

Найти общее решение дифференциального уравнения: $xy' + y = 0$.

Решение.

Общее решение дифференциального уравнения находится с помощью интегрирования левой и правой частей уравнения, которое предварительно преобразовано следующим образом:

$$x \frac{dy}{dx} + y = 0; \quad xdy = -ydx; \quad \frac{dy}{y} = -\frac{dx}{x}.$$

Теперь интегрируем:

$$\int \frac{dy}{y} = -\int \frac{dx}{x}; \quad \ln y = -\ln x + C_0; \quad \ln y + \ln x = C_0; \quad \ln xy = C_0; \quad xy = e^{C_0} = C.$$

$y = \frac{C}{x}$ - это общее решение исходного дифференциального уравнения.

Пример 22.

Найти общее решение дифференциального уравнения: $yy' = \frac{-2x}{\cos y}$.

Решение.

Разделяем переменные и интегрируем:

$$y \cos y \cdot \frac{dy}{dx} = -2x; \quad y \cos y dy = -2x dx; \quad \int y \cos y dy = -2 \int x dx.$$

Интеграл, стоящий в левой части, берется по частям:

$$\int y \cos y dy = \left\{ \begin{array}{l} u = y; \quad dv = \cos y dy; \\ du = dy; \quad v = \sin y \end{array} \right\} = y \sin y - \int \sin y dy = y \sin y + \cos y + C. \text{ Тогда}$$

$y \sin y + \cos y = -x^2 + C$ или $y \sin y + \cos y + x^2 + C = 0$ - это есть общий интеграл исходного дифференциального уравнения, т.к. искомая функция не выражена через независимую переменную.

Пример 23.

Найти общее решение дифференциального уравнения: $y' = \frac{y}{x} \left(\ln \frac{y}{x} + 1 \right)$.

Решение.

Введем вспомогательную функцию u :

$$u = \frac{y}{x}; \quad y = ux; \quad y' = u'x + u.$$

Отметим, что введенная функция u всегда положительна, т.к. в противном случае теряет смысл исходное дифференциальное уравнение, содержащее

$$\ln u = \ln \frac{y}{x}.$$

Подставляем в исходное уравнение:

$$u'x + u = u(\ln u + 1); \quad u'x + u = u \ln u + u; \quad u'x = u \ln u.$$

Разделяем переменные: $\frac{du}{u \ln u} = \frac{dx}{x}$; $\int \frac{du}{u \ln u} = \int \frac{dx}{x}$;

Интегрируя, получаем: $\ln|\ln u| = \ln|x| + C$; $\ln u = Cx$; $u = e^{Cx}$;

Переходя от вспомогательной функции обратно к функции y , получаем общее решение: $y = xe^{Cx}$.

Пример 24.

Найти общее решение дифференциального уравнения: $xy' - 4y = x^2\sqrt{y}$.

Решение.

Разделим обе части уравнения на $x\sqrt{y}$:

$$\frac{1}{\sqrt{y}} \frac{dy}{dx} - \frac{4}{x} \sqrt{y} = x.$$

Полагаем:

$$z = \sqrt{y}; \quad z' = \frac{1}{2\sqrt{y}} y'; \quad y' = 2\sqrt{y}z'; \quad \frac{1}{\sqrt{y}} 2\sqrt{y}z' - \frac{4}{x} z = x; \quad \frac{dz}{dx} - \frac{2z}{x} = \frac{x}{2};$$

Получили линейное неоднородное дифференциальное уравнение. Рассмотрим соответствующее ему линейное однородное дифференциальное уравнение:

$$\frac{dz}{dx} - \frac{2z}{x} = 0; \quad \frac{dz}{dx} = \frac{2z}{x}; \quad \frac{dz}{z} = \frac{2dx}{x}; \quad \int \frac{dz}{z} = 2 \int \frac{dx}{x} + C_1; \quad \ln z = 2 \ln x + \ln C; \quad z = Cx^2.$$

Полагаем: $C = C(x)$ и подставляем полученный результат в линейное неоднородное уравнение, с учетом того, что:

$$\frac{dz}{dx} = 2xC(x) + x^2 \frac{dC(x)}{dx}; \quad 2xC(x) + x^2 \frac{dC(x)}{dx} - \frac{2x^2C(x)}{x} = \frac{x}{2};$$

$$\frac{dC(x)}{dx} = \frac{1}{2x}; \quad C(x) = \frac{1}{2} \ln x + C_2.$$

Получаем: $z = x^2 \left(C_2 + \frac{1}{2} \ln x \right)$.

Применяя обратную подстановку, получаем окончательный ответ:

$$y = x^4 \left(C_2 + \frac{1}{2} \ln x \right)^2.$$

Пример 25.

Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$(3x^2 + 10xy)dx + (5x^2 - 1)dy = 0.$$

Решение.

Посчитаем следующие частные производные: $\frac{\partial M(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial(3x^2 + 10xy)}{\partial y} = 10x$;

$$\frac{\partial N(x, y)}{\partial x} = \frac{\partial(5x^2 - 1)}{\partial x} = 10x.$$

Производные равны, следовательно, исходное дифференциальное уравнение является уравнением в полных дифференциалах.

Определим функцию u :

$$u = \int M(x, y)dx + C(y) = \int (3x^2 + 10xy)dx + C(y) = x^3 + 5x^2y + C(y);$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 5x^2 + C'(y) = N(x, y) = 5x^2 - 1;$$

$$C'(y) = -1; \quad C(y) = \int (-1)dy = -y + C_1.$$

$$\text{Итого, } u = x^3 + 5x^2y - y + C_1.$$

Находим общий интеграл исходного дифференциального уравнения:

$$u = x^3 + 5x^2y - y + C_1 = C_2;$$

$$x^3 + 5x^2y - y = C.$$

Пример 26.

Решить уравнение $y' + y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$ с начальным условием $y(0) = 0$.

Решение.

Это линейное неоднородное уравнение. Решим соответствующее ему однородное уравнение:

$$y' + y \cos x = 0; \quad \frac{dy}{y} = -\cos x dx; \quad \ln|y| = -\sin x + C_1;$$

$$y = e^{-\sin x} \cdot e^{C_1}; \quad y = Ce^{-\sin x}.$$

Для линейного неоднородного уравнения общее решение будет иметь вид:

$$y = C(x)e^{-\sin x}.$$

Для определения функции $C(x)$ найдем производную функции y и подставим ее в исходное дифференциальное уравнение:

$$y' = C'(x)e^{-\sin x} - C(x)e^{-\sin x} \cos x;$$

$$C'(x)e^{-\sin x} - C(x)e^{-\sin x} \cos x + C(x)e^{-\sin x} \cos x = \sin x \cos x;$$

$$C'(x)e^{-\sin x} = \sin x \cos x; \quad C'(x) = e^{\sin x} \sin x \cos x;$$

$$C(x) = \int e^{\sin x} \sin x \cos x dx = \left\{ \begin{array}{l} V = e^{\sin x}; \quad dU = \cos x dx; \\ dV = e^{\sin x} \cos x dx; \quad U = \sin x \end{array} \right\} = e^{\sin x} \sin x - \int e^{\sin x} \cos x dx =$$

$$= e^{\sin x} \sin x - e^{\sin x} + C.$$

$$\text{Итого, } y = e^{-\sin x} (e^{\sin x} \sin x - e^{\sin x} + C); \quad y = \sin x - 1 + Ce^{-\sin x}.$$

Найдем частное решение при $y(0) = 0$.

$$0 = \sin 0 - 1 + Ce^0; \quad C = 1.$$

$$\text{Окончательно, } y = \sin x + e^{-\sin x} - 1.$$

Пример 27.

Решить уравнение $y''' = e^{2x}$ с начальными условиями $x_0=0$; $y_0=1$;
 $y'_0 = -1$; $y''_0 = 0$.

Решение.

Последовательно интегрируем три раза:

$$y'' = \int e^{2x} dx + C_1 = \frac{1}{2}e^{2x} + C_1;$$

$$y' = \int \left(\frac{1}{2}e^{2x} + C_1 \right) dx = \frac{1}{4}e^{2x} + C_1x + C_2;$$

$$y = \int \left(\frac{1}{4}e^{2x} + C_1x + C_2 \right) dx = \frac{1}{8}e^{2x} + \frac{1}{2}C_1x^2 + C_2x + C_3.$$

Подставим начальные условия:

$$1 = \frac{1}{8} + C_3; \quad -1 = \frac{1}{4} + C_2; \quad 0 = \frac{1}{2} + C_1;$$

$$C_1 = -\frac{1}{2}; \quad C_2 = -\frac{5}{4}; \quad C_3 = \frac{7}{8}.$$

Получаем частное решение (решение задачи Коши): $y = \frac{1}{8}e^{2x} - \frac{1}{4}x^2 - \frac{5}{4}x + \frac{7}{8}$.

Пример 28.

Найти общее решение уравнения $yy'' - (y')^2 - 4yy' = 0$.

Решение.

Замена переменной: $p = y'$; $y'' = \frac{dp}{dy} p$;

$$yp \frac{dp}{dy} - p^2 - 4yp = 0; \quad p \left(y \frac{dp}{dy} - p - 4y \right) = 0.$$

$$1) \quad y \frac{dp}{dy} - p - 4y = 0; \quad \frac{dp}{dy} = 4 + \frac{p}{y}.$$

Для решения полученного дифференциального уравнения произведем замену переменной: $u = \frac{p}{y}$.

$$u + \frac{du}{dy} y = 4 + u; \quad du = 4 \frac{dy}{y}; \quad \int du = 4 \int \frac{dy}{y}; \quad u = 4 \ln|y| + 4 \ln C_1; \quad u = 4 \ln|C_1 y|;$$

$$p = 4y \ln|C_1 y|.$$

С учетом того, что $p = \frac{dy}{dx}$, получаем:

$$\frac{dy}{dx} = 4y \ln|C_1 y|; \quad \int \frac{dy}{4y \ln|C_1 y|} = \int dx; \quad x = \frac{1}{4} \int \frac{d(\ln|C_1 y|)}{\ln|C_1 y|} = \frac{1}{4} \ln|\ln|C_1 y|| + C_2.$$

Общий интеграл имеет вид: $\ln|\ln|C_1 y|| = 4x + C$.

$$2) p = 0; \quad y' = 0; \quad y = C.$$

Таким образом, получили два общих решения.

Пример 29.

Решить уравнение $y''' - y = 0$.

Решение.

Составим характеристическое уравнение: $k^3 - 1 = 0$;

$$(k - 1)(k^2 + k + 1) = 0; \quad k_1 = 1; \quad k^2 + k + 1 = 0;$$

$$D = 1 - 4 = -3; \quad k_2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i; \quad k_3 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i.$$

Общее решение имеет вид: $y = C_1 e^x + e^{\frac{-x}{2}} \left[C_2 \cos \frac{\sqrt{3}}{2} x + C_3 \sin \frac{\sqrt{3}}{2} x \right]$.

Пример 30.

Решить уравнение $y'' - 2y' + y = 3e^x$.

Решение.

Составим характеристическое уравнение для соответствующего линейного однородного дифференциального уравнения:

$$k^2 - 2k + 1 = 0; \quad k_1 = k_2 = 1.$$

Общее решение однородного уравнения: $y = C_1 e^x + C_2 x e^x$.

Теперь найдем частное решение неоднородного уравнения в виде:

$$y = x^r e^{\alpha x} Q(x);$$

$$\alpha = 1; \quad r = 2; \quad Q(x) = C, \quad \text{тогда } y = Cx^2 e^x.$$

Воспользуемся методом неопределенных коэффициентов:

$$y' = 2Cxe^x + Cx^2 e^x; \quad y'' = 2Ce^x + 2Cxe^x + 2Cxe^x + Cx^2 e^x.$$

Подставляя в исходное уравнение, получаем:

$$2Ce^x + 4Cxe^x + Cx^2 e^x - 4Cxe^x - 2Cx^2 e^x + Cx^2 e^x = 3e^x.$$

$$2C = 3; \quad C = \frac{3}{2}.$$

Частное решение имеет вид: $y = \frac{3}{2} x^2 e^x$.

Общее решение линейного неоднородного уравнения:

$$y = C_1 e^x + C_2 x e^x + \frac{3}{2} x^2 e^x.$$

Пример 31.

Найти общее решение системы уравнений:
$$\begin{cases} x' = 5x + 2y \\ y' = 2x + 2y \end{cases}$$

Решение.

Составим характеристическое уравнение:

$$\begin{vmatrix} 5-k & 2 \\ 2 & 2-k \end{vmatrix} = 0; \quad (5-k)(2-k) - 4 = 0; \quad 10 - 5k - 2k + k^2 - 4 = 0;$$

$$k^2 - 7k + 6 = 0; \quad k_1 = 1; \quad k_2 = 6.$$

Решим систему уравнений:

$$\begin{cases} (a_{11} - k)\alpha + a_{12}\beta = 0 \\ a_{21}\alpha + (a_{22} - k)\beta = 0 \end{cases}$$

$$\text{Для } k_1: \begin{cases} (5-1)\alpha_1 + 2\beta_1 = 0 \\ 2\alpha_1 + (2-1)\beta_1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 4\alpha_1 + 2\beta_1 = 0 \\ 2\alpha_1 + \beta_1 = 0 \end{cases}$$

Полагая $\alpha_1 = 1$ (принимается любое значение), получаем: $\beta_1 = -2$.

$$\text{Для } k_2: \begin{cases} (5-6)\alpha_2 + 2\beta_2 = 0 \\ 2\alpha_2 + (2-6)\beta_2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -1\alpha_2 + 2\beta_2 = 0 \\ 2\alpha_2 - 4\beta_2 = 0 \end{cases}$$

Полагая $\alpha_2 = 2$ (принимается любое значение), получаем: $\beta_2 = 1$.

$$\text{Общее решение системы: } \begin{cases} x = C_1 e^t + 2C_2 e^{6t} \\ y = -2C_1 e^t + C_2 e^{6t} \end{cases}$$

Второй способ решения данной системы:

Продифференцируем первое уравнение: $x'' = 5x' + 2y'$.

Подставим в это выражение производную $y' = 2x + 2y$ из второго уравнения:
 $x'' = 5x' + 4x + 4y$.

Подставим сюда y , выраженное из первого уравнения:

$$x'' = 5x' + 4x + 2x' - 10x$$

$$x'' - 7x' + 6x = 0 \text{ и корни характеристического уравнения: } k_1 = 6; \quad k_2 = 1.$$

$$\text{Тогда: } x = Ae^t + Be^{6t}; \quad x' = Ae^t + 6Be^{6t};$$

$$2y = x' - 5x = Ae^t + 6Be^{6t} - 5Ae^t - 5Be^{6t}; \quad y = -2Ae^t + \frac{1}{2}Be^{6t};$$

Обозначив $A = C_1; \quad \frac{1}{2}B = C_2$, получаем решение системы:

$$\begin{cases} x = C_1 e^t + 2C_2 e^{6t} \\ y = -2C_1 e^t + C_2 e^{6t} \end{cases}$$

Пример 32.

Исследовать сходимость ряда $\frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{3}{8} + \dots + \frac{n}{3n-1} + \dots$

Решение.

Найдем $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{3n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{3 - \frac{1}{n}} = \frac{1}{3} \neq 0$ - необходимый признак сходимости не

выполняется, значит ряд расходится.

Пример 33.

Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n}$.

Решение.

Т.к. $\frac{1}{n2^n} < \frac{1}{2^n}$, а ряд $\sum \frac{1}{2^n}$ - сходится (как убывающая геометрическая прогрессия), то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n}$ тоже сходится.

Пример 34.

Определить сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$.

Решение.

Применяем признак Даламбера:

$$u_n = \frac{n}{2^n}; \quad u_{n+1} = \frac{n+1}{2^{n+1}}; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)2^n}{2^{n+1}n} = \frac{n+1}{2n} = \frac{1 + \frac{1}{n}}{2} = \frac{1}{2} < 1.$$

Следовательно, ряд сходится.

Пример 35.

Определить сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2+1}{3n^2+5} \right)^n$.

Решение.

Применяем признак Коши (радикальный):

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{u_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2+1}{3n^2+5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{1}{n^2}}{3 + \frac{5}{n^2}} = \frac{2}{3} < 1.$$

Следовательно, ряд сходится.

Пример 36.

Исследовать на сходимость ряд $x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots + \frac{x^n}{n} + \dots$

Решение.

Применяем признак Даламбера:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{u_{n+1}}{u_n} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{x^{n+1}}{n+1} \cdot \frac{n}{x^n} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{xn}{n+1} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{x}{1 + \frac{1}{n}} \right| = |x|.$$

Получаем, что этот ряд сходится при $|x| < 1$ и расходится при $|x| > 1$. Теперь определим сходимость в граничных точках $x=1$ и $x=-1$.

При $x = -1$: $-1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \dots$ ряд сходится по признаку Лейбница.

При $x = 1$: $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} + \dots$ ряд расходится (гармонический ряд).

Пример 37.

Найти область сходимости ряда $x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$

Решение.

Находим радиус сходимости:

$$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n-1}}{a_n} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{\frac{1}{(n-1)!}}{\frac{1}{n!}} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{n!}{(n-1)!} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} |n| = |\infty|.$$

Следовательно, данный ряд сходится при любом значении x . Общий член этого ряда стремится к нулю: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^n}{n!} = 0$.

Пример 38.

Разложить в ряд функцию $\frac{1}{1-x}$.

Решение.

Если применить к той же функции формулу Маклорена:

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + R_n(x), \text{ то получаем:}$$

$$f'(x) = \frac{1}{(1-x)^2}; \quad f'(0) = 1;$$

$$f''(x) = \frac{2}{(1-x)^3}; \quad f''(0) = 2;$$

$$f'''(x) = \frac{2 \cdot 3}{(1-x)^4}; \quad f'''(0) = 3!;$$

.....

$$f^{(n)}(x) = \frac{n!}{(1-x)^{n+1}}; \quad f^{(n)}(0) = n!$$

Итого, получаем: $f(x) = 1 + x + x^2 + \dots + x^n + \dots$

Пример 39.

Разложить в ряд функцию $f(x) = \ln(1+x)$.

Решение.

Решим эту задачу при помощи интегрирования. При $f(0) = 0$, $f'(x) = \frac{1}{1+x}$,

$$\text{получаем: } \ln(1+x) = \int_0^x \frac{1}{1+x} dx.$$

Разложение в ряд функции $\frac{1}{1+x}$ может быть легко найдено способом алгебраического деления, т.е. $\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \dots + (-1)^n x^n + \dots$

$$\text{Тогда получаем: } \ln(1+x) = \int_0^x \frac{1}{1+x} dx = \int_0^x \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n dx = \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^x (-1)^n x^n dx = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{n+1}}{n+1}.$$

$$\text{Окончательно получим: } \ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots + (-1)^n \frac{x^{n+1}}{n+1} + \dots$$

Пример 40.

Найти решение уравнения $y'' - xy = 0$ с начальными условиями $y(0)=1$, $y'(0)=0$.

Решение.

Решение уравнения будем искать в виде $y = c_0 + c_1x + c_2x^2 + \dots$

$$y' = c_1 + 2c_2x + 3c_3x^2 + 4c_4x^3 + \dots$$

$$y'' = 2c_2 + 6c_3x + 12c_4x^2 + 20c_5x^3 + \dots$$

Подставляем полученные выражения в исходное уравнение:

$$(2c_2 + 6c_3x + 12c_4x^2 + 20c_5x^3 + \dots) - (c_0x + c_1x^2 + c_2x^3 + c_3x^4 + \dots) = 0$$

$$2c_2 + x(6c_3 - c_0) + x^2(12c_4 - c_1) + x^3(20c_5 - c_2) + x^4(30c_6 - c_3) + \dots = 0$$

Отсюда получаем: $2c_2 = 0$

$$6c_3 - c_0 = 0$$

$$12c_4 - c_1 = 0$$

$$20c_5 - c_2 = 0$$

$$30c_6 - c_3 = 0$$

.....

Получаем, подставив начальные условия в выражения для искомой функции и ее первой производной:

$$c_0 = 1$$

$$c_1 = 0$$

Окончательно получим: $c_0 = 1; c_1 = 0; c_2 = 0; c_3 = \frac{1}{6}; c_4 = 0; c_5 = 0;$
 $c_6 = \frac{1}{180}; \dots$
Итого: $y = 1 + \frac{x^3}{6} + \frac{x^6}{180} + \dots$

11. Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины.

Материально-техническое обеспечение дисциплины "Математический анализ" включает в себя следующие средства:

- аудитории для всех видов работ, включая консультации;
- книжный фонд библиотеки и компьютерный класс;
- интерактивная доска.

Для повышения качества подготовки и оценки полученных знаний часть семинарских занятий может проходить в компьютерном классе.

12. Информационное обеспечение учебной дисциплины.

Учебники, монографии, статьи:

1) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н. Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.

2) Малугин В.А. Математический анализ: учебное пособие/ В.А. Малугин - М.: ЭКСМО, 2010.–592 с.

3) Ильин В. А. Высшая математика: учебник/ В. А. Ильин, А. В. Куркина. - М.: Проспект, 2006. - 600 с.

4) Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие/ В. Л. Ключин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 448 с.

5) Конспект лекций и задачи по курсу "Высшая математика". Часть первая: учебное пособие/ под ред. В. В. Лебедева. - М.: НВТ-Дизайн, 2006. - 96 с.

6) Красс М. С. Математика для экономического бакалавриата: учебник/ М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - М.: Дело, 2005. - 576 с.

7) Малыхин В. И. Высшая математика: учебное пособие/ В. И. Малыхин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 365 с.

8) Общий курс высшей математики для экономистов: учебник/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2004. - 656 с.

9) Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 575 с.

10) Змеев О. А. Математический анализ. Ч. 1: учебное пособие/ О. А. Змеев, А. Ф. Терпугов, Р. Т. Якупов. - Томск: Изд-во НТЛ, 2006. - 176 с.

11) Змеев О. А. Математический анализ. Ч. 2: учебное пособие/ О.А. Змеев, А. Ф. Терпугов, Р. Т. Якупов. - Томск: Изд-во НТЛ, 2006. - 172 с.

12) Змеев О. А. Математический анализ. Ч. 3: учебное пособие/ О.А. Змеев, А. Ф. Терпугов, Р. Т. Якупов. - Томск: Изд-во НТЛ, 2007. - 152 с.

Электронные источники:

1) Под ред. Н. Ш. Кремера. Высшая математика для экономистов. - 3-е изд. - М.: ЮНИТИ, 2010. - 479 с. – Электр. издание. - Режим доступа:<http://www.book.ru/>

2) Макаров С.И. Математика для экономистов. - М.: КНОРУС, 2011. - 264 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

3) Кузнецова Т.А., Мироненко Е.С., Розанова С.А., Сирота А.И. и др. Высшая математика. - М.: Физматлит, 2009. – 168с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

4) Геворкян П.С. Математика. Математический анализ: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2012.–344 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

13. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Подготовка к лекциям

Главное в период подготовки к лекционным занятиям - научиться методам самостоятельного умственного труда, сознательно развивать свои творческие способности и овладевать навыками творческой работы. Для этого необходимо строго соблюдать дисциплину учебы и поведения. Четкое планирование своего рабочего времени и отдыха является необходимым условием для успешной самостоятельной работы.

В основу его нужно положить рабочие программы изучаемых в семестре дисциплин. Ежедневной учебной работе студенту следует уделять 9-10 часов своего времени, т.е. при шести часах аудиторных занятий самостоятельной работе необходимо отводить 3-4 часа.

Самостоятельная работа на лекции

Слушание и запись лекций - сложный вид вузовской аудиторной работы. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента. Краткие записи лекций, их конспектирование помогает усвоить учебный материал. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное, основное и сделано это самим студентом.

Не надо стремиться записать дословно всю лекцию. Такое «конспектирование» приносит больше вреда, чем пользы. Запись лекций рекомендуется вести по возможности собственными формулировками. Конспект лекции лучше подразделять на пункты, параграфы, соблюдая красную строку. Этому в большой степени будут способствовать пункты плана лекции, предложенные преподавателям. Принципиальные места, определения, формулы и другое следует сопровождать замечаниями «важно», «особо важно», «хорошо запомнить» и т.п.

Целесообразно разработать собственную «маркографию» (значки, символы), сокращения слов. Не лишним будет и изучение основ стенографии. Работая над конспектом лекций, всегда необходимо использовать не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор.

Подготовка к практическим занятиям

Подготовку к каждому практическому занятию каждый студент должен начать с ознакомления с планом практического занятия, который отражает содержание предложенной темы. Тщательное продумывание и изучение вопросов плана основывается на проработке текущего материала лекции, а затем изучения обязательной и дополнительной литературы, рекомендованной к данной теме. На основе индивидуальных предпочтений студенту необходимо самостоятельно выбрать тему доклада по проблеме практического занятия и по возможности подготовить по нему презентацию. Если программой дисциплины предусмотрено выполнение практического задания, то его необходимо выполнить с учетом предложенной инструкции (устно или письменно). Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса.

Результат такой работы должен проявиться в способности студента свободно ответить на теоретические вопросы практического занятия, его выступлении и участии в коллективном обсуждении вопросов изучаемой темы, правильном выполнении практических заданий и контрольных работ.

Структура занятия В зависимости от содержания и количества отведенного времени на изучение каждой темы практическое занятие может состоять из четырех-пяти частей:

1. Обсуждение теоретических вопросов, определенных программой дисциплины.
2. Доклад и/ или выступление с презентациями по проблеме практического занятия.
3. Обсуждение выступлений по теме - дискуссия.
4. Выполнение практического задания с последующим разбором полученных результатов или обсуждение практического задания, выполненного дома, если это предусмотрено программой.
5. Подведение итогов занятия.

Первая часть - обсуждение теоретических вопросов - проводится в виде фронтальной беседы со всей группой и включает выборочную проверку преподавателем теоретических знаний студентов. Примерная продолжительность — до 15 минут.

Вторая часть — выступление студентов с докладами, которые должны сопровождаться презентациями с целью усиления наглядности восприятия, по одному из вопросов практического занятия. Примерная продолжительность — 20-25 минут.

После докладов следует их обсуждение - дискуссия. В ходе этого этапа практического занятия могут быть заданы уточняющие вопросы к докладчикам. Примерная продолжительность - до 15-20 минут.

Если программой предусмотрено выполнение практического задания в рамках конкретной темы, то преподавателями определяется его содержание и дается время на его выполнение, а затем идет обсуждение результатов. Если практическое задание должно было быть выполнено дома, то на практическом занятии преподаватель проверяет его выполнение (устно или письменно). Примерная продолжительность - 15-20 минут.

Подведением итогов заканчивается практическое занятие. Студентам должны быть объявлены оценки за работу и даны их четкие обоснования. Примерная продолжительность — 5 минут.

Работа с литературными источниками В процессе подготовки к практическим занятиям, студентам необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной учебно-методической (а также научной и популярной) литературы. Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и Интернета, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более

глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у студентов свое отношение к конкретной проблеме.

Более глубокому раскрытию вопросов способствует знакомство с дополнительной литературой, рекомендованной преподавателем по каждой теме практического или практического занятия, что позволяет студентам проявить свою индивидуальность в рамках выступления на данных занятиях, выявить широкий спектр мнений по изучаемой проблеме.

Подготовка презентации и доклада

Для подготовки презентации рекомендуется использовать: PowerPoint, MS Word, Acrobat Reader. Самая простая программа для создания презентаций - Microsoft PowerPoint.

Для подготовки презентации необходимо собрать и обработать начальную информацию. Последовательность подготовки презентации:

1. Четко сформулировать цель презентации: вы хотите свою аудиторию мотивировать, убедить, заразить какой-то идеей или просто формально отчитаться.
2. Определить каков будет формат презентации: живое выступление (тогда, сколько будет его продолжительность) или электронная рассылка (каков будет контекст презентации).
3. Отобрать всю содержательную часть для презентации и выстроить логическую цепочку представления.
4. Определить ключевые моменты в содержании текста и выделить их.
5. Определить виды визуализации (картинки) для отображения их на слайдах в соответствии с логикой, целью и спецификой материала.
6. Подобрать дизайн и форматировать слайды (количество картинок и текста, их расположение, цвет и размер).
7. Проверить визуальное восприятие презентации.

К видам визуализации относятся иллюстрации, образы, диаграммы, таблицы. **Иллюстрация** - представление реально существующего зрительного ряда. **Образы** - в отличие от иллюстраций - метафора. Их назначение - вызвать эмоцию и создать отношение к ней, воздействовать на аудиторию. С помощью хорошо продуманных и представляемых образов, информация может надолго остаться в памяти человека. **Диаграмма** - визуализация количественных и качественных связей. Их используют для убедительной демонстрации данных, для пространственного мышления в дополнение к логическому. **Таблица** - конкретный, наглядный и точный показ данных. Ее основное назначение - структурировать информацию, что порой облегчает восприятие данных аудиторией.

Практические советы по подготовке презентации

- готовьте отдельно: печатный текст + слайды + раздаточный материал;
- слайды - визуальная подача информации, которая должна содержать минимум текста, максимум изображений, несущих смысловую нагрузку, выглядеть наглядно и просто;

- текстовое содержание презентации - устная речь или чтение, которая должна включать аргументы, факты, доказательства и эмоции;

- обязательная информация для презентации: тема, фамилия и инициалы выступающего; план сообщения; краткие выводы из всего сказанного; список использованных источников;

- раздаточный материал - должен обеспечивать ту же глубину и охват, что и живое выступление: люди больше доверяют тому, что они могут унести с собой, чем исчезающим изображениям, слова и слайды забываются, а раздаточный материал остается постоянным осязаемым напоминанием; раздаточный материал важно раздавать в конце презентации; раздаточный материалы должны отличаться от слайдов, должны быть более информативными.

Тема доклада должна быть согласованна с преподавателем и соответствовать теме учебного занятия. Материалы при его подготовке, должны соответствовать научно-методическим требованиям вуза и быть указаны в докладе. Необходимо соблюдать регламент, оговоренный при получении задания. Иллюстрации должны быть достаточными, но не чрезмерными.

Работа студента над докладом-презентацией включает отработку умения самостоятельно обобщать материал и делать выводы в заключении, умения ориентироваться в материале и отвечать на дополнительные вопросы слушателей, отработку навыков ораторства, умения проводить диспут.

Докладчики должны знать и уметь: сообщать новую информацию; использовать технические средства; хорошо ориентироваться в теме всего практического занятия; дискутировать и быстро отвечать на заданные вопросы; четко выполнять установленный регламент (не более 10 минут); иметь представление о композиционной структуре доклада и др.

Структура выступления

Вступление помогает обеспечить успех выступления по любой тематике. Вступление должно содержать: название, сообщение основной идеи, современную оценку предмета изложения, краткое перечисление рассматриваемых вопросов, живую интересную форму изложения, акцентирование внимания на важных моментах, оригинальность подхода.

Основная часть, в которой выступающий должен глубоко раскрыть суть затронутой темы, обычно строится по принципу отчета. Задача основной части - представить достаточно данных для того, чтобы слушатели заинтересовались темой и захотели ознакомиться с материалами. При этом логическая структура теоретического блока не должны даваться без наглядных пособий, аудио-визуальных и визуальных материалов.

Заключение - ясное, четкое обобщение и краткие выводы, которых всегда ждут слушатели.

Подготовка реферата

Реферат - письменный доклад по определенной теме, в котором собрана информация из одного или нескольких источников. Рефераты пишутся обычно стандартным языком, с использованием типологизированных речевых оборотов

вроде: «важное значение имеет», «уделяется особое внимание», «поднимается вопрос», «делаем следующие выводы», «исследуемая проблема», «освещаемый вопрос» и т.п.

К языковым и стилистическим особенностям рефератов относятся слова и обороты речи, носящие обобщающий характер, словесные клише. У рефератов особая логичность подачи материала и изъяснения мысли, определенная объективность изложения материала.

Реферат не копирует дословно содержание первоисточника, а представляет собой новый вторичный текст, создаваемый в результате систематизации и обобщения материала первоисточника, его аналитико-синтетической переработки.

Будучи вторичным текстом, реферат составляется в соответствии со всеми требованиями, предъявляемыми к связанному высказыванию: так ему присущи следующие категории: оптимальное соотношение и завершенность (смысловая и жанрово-композиционная). Для реферата отбирается информация, объективно-ценная для всех читающих, а не только для одного автора. Автор реферата не может пользоваться только ему понятными значками, пометами, сокращениями.

Работа, проводимая автором для подготовки реферата должна обязательно включать самостоятельное мини-исследование, осуществляемое студентом на материале или художественных текстов по литературе, или архивных первоисточников по истории и т.п.

Организация и описание исследования представляет собой очень сложный вид интеллектуальной деятельности, требующий культуры научного мышления, знания методики проведения исследования, навыков оформления научного труда и т.д. Мини-исследование раскрывается в реферате после глубокого, полного обзора научной литературы по проблеме исследования.

В зависимости от количества реферируемых источников выделяют следующие виды рефератов:

- **монографические** - рефераты, написанные на основе одного источника;
- **обзорные** - рефераты, созданные на основе нескольких исходных текстов, объединенных общей темой и сходными проблемами исследования.

Структура реферата

1. Титульный лист
2. Оглавление
3. Введение
4. Основная часть
5. Заключение
6. Список использованной литературы
7. Приложения

Подготовка эссе

Эссе - вид самостоятельной исследовательской работы студентов, с целью углубления и закрепления теоретических знаний и освоения практических навыков. Цель эссе состоит в развитии самостоятельного творческого мышления и письменного изложения собственных мыслей.

В зависимости от темы формы эссе могут быть различными. Это может быть анализ имеющихся статистических данных по изучаемой проблеме, анализ материалов из средств массовой информации и подробный разбор проблемной ситуации с развернутыми мнениями, подбором и детальным анализом примеров, иллюстрирующих проблему и т.п.

В процессе выполнения эссе студенту предстоит выполнить следующие виды работ: составить план эссе; отобрать источники, собрать и проанализировать информацию по проблеме; систематизировать и проанализировать собранную информацию по проблеме; представить проведенный анализ с собственными выводами и предложениями.

Эссе выполняется студентом под руководством преподавателя кафедры самостоятельно. Тему эссе студент выбирает из предлагаемого примерного перечня и для каждого студента она должна быть индивидуальной (темы в одной группе совпадать не могут).

Структура эссе

1. Титульный лист.
2. План.
3. Введение с обоснованием выбора темы.
4. Текстовое изложение материала (основная часть).
5. Заключение с выводами по всей работе.
6. Список использованной литературы.

Титульный лист является первой страницей и заполняется по строго определенным правилам.

Введение (вводная часть) - суть и обоснование выбора данной темы, состоит из ряда компонентов, связанных логически и стилистически. На этом этапе очень важно правильно сформулировать вопрос, на который Вы собираетесь найти ответ в ходе своего исследования. При работе над введением могут помочь ответы на следующие вопросы:

1. Надо ли давать определения терминам, прозвучавшим в теме эссе?
2. Почему тема, которую я раскрываю, является

важной в настоящий момент?

3.Какие понятия будут вовлечены в мои рассуждения по теме?

4.Могу ли я разделить тему на несколько составных частей?

Таким образом, в водной части автор определяет проблему и показывает умение выявлять причинно-следственные связи, отражая их в методологии решения поставленной проблемы через систему целей, задач и т.д.

Текстовое изложение материала (основная часть) - теоретические основы выбранной проблемы и изложение основного вопроса. Данная часть предполагает развитие аргументации и анализа, а также обоснование их, исходя из имеющихся данных, других аргументов и позиций по этому вопросу. В этом заключается основное содержание эссе и это представляет главную трудность при его написании. Поэтому большое значение имеют подзаголовки, на основе которых осуществляется выстраивание аргументации; именно здесь необходимо обосновать (логически, используя данные и строгие рассуждения) предлагаемую аргументацию/анализ. В качестве аналитического инструмента можно использовать графики, диаграммы и таблицы там, где это необходимо. Традиционно в научном познании анализ может проводиться с использованием следующих категорий: причина - следствие, общее - особенное, форма - содержание, часть - целое, постоянство - изменчивость.

В процессе построения эссе надо помнить, что один параграф должен содержать только одно утверждение и соответствующее доказательство, подкрепленное графическим или иллюстративным материалом. Следовательно, наполняя разделы содержанием аргументации (а это должно найти отражение в подзаголовках), в пределах параграфа необходимо ограничить себя рассмотрением одной главной мысли.

Хорошо проверенный способ построения любого эссе - использование подзаголовков для обозначения ключевых моментов аргументированного изложения: это помогает посмотреть на то, что предполагается сделать и ответить на вопрос, хорош ли замысел. При этом последовательность подзаголовков свидетельствует также о наличии или отсутствии логики в освещении темы эссе.

Таким образом, основная часть - рассуждение и аргументация, В этой части необходимо представить релевантные теме концепции, суждения и точки зрения, привести основные аргументы "за" и "против" них, сформулировать свою позицию и аргументировать ее.

Заключение (заключительная часть) - обобщения и аргументированные выводы по теме эссе с указанием области ее применения и т.д. Оно подытоживает эссе или еще раз вносит пояснения, подкрепляет смысл и значение изложенного в основной части. Методы, рекомендуемые для составления заключения: повторение, иллюстрация, цитата, утверждение. Заключение может содержать

такой очень важный, дополняющий эссе элемент, как указание на применение исследования, не исключая взаимосвязи с другими проблемами.

Таким образом, в заключительной части эссе должны быть сформулированы выводы и определено их приложение к практической области деятельности.

Список использованной литературы составляет одну из частей работы, отражающей самостоятельную творческую работу автора и позволяющей судить о степени фундаментальности данной работы. При составлении списка литературы в перечень включаются только те источники, которые действительно были использованы при подготовке эссе. Список использованной литературы составляется строго в алфавитном порядке в следующей последовательности: законы РФ и другие официальные материалы (указы, постановления, решения министерств и ведомств); печатные работы (книги, монографии, сборники); периодика; Интернет- сайты. По возможности список должен содержать современную литературу по теме. Общее оформление списка использованной литературы для эссе аналогично оформлению списка использованной литературы для реферата.

Приложения могут включать иллюстративный материал (схемы, диаграммы, рисунки, таблицы и др.). При этом приложения являются продолжением самой работы, т.е. на них продолжается сквозная нумерация, но в общем объеме эссе они не учитываются.