

Негосударственное частное образовательное учреждение
высшего образования
"Алтайский экономико-юридический институт"
Кафедра общих математических и естественнонаучных дисциплин

УТВЕРЖДАЮ
Ректор Алтайского экономико-
юридического института
Ю. С. В. И. С. Генанов
" 24 " *август* 2016 г.



Рабочая программа по дисциплине

Теория вероятностей и математическая статистика

для направления 38.03.01 Экономика
квалификация (степень) "бакалавр"

Профиль подготовки
"Финансы и кредит"

Барнаул 2016

Оглавление

1. Цели и задачи дисциплины.....	3
2. Место дисциплины в структуре ООП, требования к знаниям, умениям и навыкам студента.	4
3. Учебно-тематический план дисциплины (с указанием общей трудоемкости и количеством часов, отводимых на различные разделы и виды учебной деятельности).	6
4. Содержание дисциплины.	7
5. Планы практических занятий.	13
6. Самостоятельная работа студентов.....	25
7. Образовательные технологии, используемые в преподавании дисциплины.....	34
8. Критерии оценки результатов обучения.....	35
9. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов освоения программы дисциплины	37
10. Комплект оценочных средств по дисциплине.....	39
11. Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины.	55
12. Информационное обеспечение учебной дисциплины.	56
13. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	57

1. Цели и задачи дисциплины.

Целью преподавания данной дисциплины является формирование у обучающихся представлений о месте и роли одного из важных разделов математики в современном мире, повышение уровня фундаментальной подготовки, ориентация студентов на использование методов теории вероятностей и математической статистики при решении прикладных задач.

Фундаментальность математической подготовки включает в себя достаточную общность математических понятий и конструкций, обеспечивающую широкий спектр их применимости, разумную точность формулировок математических свойств изучаемых объектов, логическую строгость изложения математики, опирающуюся на адекватный современный математический язык.

К основным **задачам** курса относятся:

- воспитание достаточно высокой математической культуры;
- развитие у студентов логического и алгоритмического мышления;
- освоение основных методов теории вероятностей и математической статистики, готовность их использовать в профессиональной деятельности.

Математическая культура включает в себя ясное понимание необходимости математического образования, в том числе выработку представления о роли и месте математики в современной цивилизации и мировой культуре, умение логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами, грамотно использовать математические понятия и символы.

Развитие логического и алгоритмического мышления необходимо для овладения основными специальными дисциплинами направления и играет решающую роль в системе профессиональной подготовки специалистов.

2. Место дисциплины в структуре ООП, требования к знаниям, умениям и навыкам студента.

Согласно ФГОС ВО дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к базовой части Блока 1 программы бакалавриата. Имеются тесные логические связи с другими дисциплинами математической направленности, включёнными в учебный план направления 38.03.01: «Методы оптимальных решений», «Финансовая математика», «Математические методы в экономике», «Статистика» и др.

Для успешного освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» необходимы знания, умения, навыки, полученные при изучении школьного курса математики, а также дисциплин «Линейная алгебра» и «Математический анализ», включённые в учебный план направления 38.03.01.

Навыки использования основных понятий и методов теории вероятностей и математической статистики необходимы для изучения большинства дисциплин как естественнонаучного, так и профессионального циклов учебных планов всех направлений.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

Код компетенции	Формулировка компетенции
ОК-7	способность к самоорганизации и самообразованию
ОПК-2	способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач
ПК-1	способность собрать и проанализировать исходные данные, необходимые для расчета экономических и социально-экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов
ПК-11	способность критически оценить предлагаемые варианты управленческих решений и разработать и обосновать предложения по их совершенствованию с учетом критериев социально-экономической эффективности, рисков и возможных социально-экономических последствий

Кроме того, развитие логического и алгоритмического мышления необходимо для овладения основными специальными дисциплинами и играет решающую роль в системе профессиональной подготовки специалистов.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

В результате освоения дисциплины студент должен:

Знать:

- основные понятия случайных событий;
- методы вычисления вероятностей случайных событий;
- основные понятия случайных величин и их законы распределения;
- методы составления и обработки статистических данных.

Уметь:

- вычислять вероятности случайных событий;
- определять законы распределения случайных величин;
- применять выборочный метод исследования генеральной совокупности.

Владеть:

- методами вычисления вероятностей случайных событий;
- методами составления законов распределения случайных величин;
- методами сбора и обработки статистических данных.

3. Учебно-тематический план дисциплины (с указанием общей трудоемкости и количеством часов, отводимых на различные разделы и виды учебной деятельности).

Общая трудоемкость дисциплины – **5 зачетных единиц (180 часов).**

№ п/п	Раздел (тема) учебной дисциплины	Виды учебной деятельности, и трудоемкость (в часах)					Контактная работа с преподавателем
		Лекции	Практические занятия (семинары)	СРС	Контроль	Всего часов	
1	Раздел 1. Случайные события и их вероятности.	12	18	21	9	60	30
2	Раздел 2. Случайные величины.	12	18	21	9	60	30
3	Раздел 3. Элементы математической статистики.	12	18	21	9	60	30
	ИТОГО:	36	54	63	27	180	90
	Форма промежуточной аттестации – экзамен						

4. Содержание дисциплины.

Раздел 1. Случайные события и их вероятности.

Тема 1, 2. Множество элементарных исходов. Случайное событие. Алгебраические операции над событиями. Вероятность.

Информативная лекция.

Предмет теории вероятностей. Виды событий. Понятие случайного события. Операции над событиями: сумма, произведение и разность событий. Соотношения между ними. Достоверное и невозможное события. Обратное событие. Равновозможные события. Примеры построения событий.

Классическое определение вероятности. Основные свойства вероятности. Относительная частота появления события. Статистическая вероятность. Геометрическая вероятность. Задача о встрече.

Тема 3. Применение комбинаторики к вычислению вероятностей.

Лекция с разбором конкретных ситуаций.

Комбинаторика. Формула сочетаний из n элементов по m без повторений. Примеры. Схема выбора элементов. Формула размещений из n элементов по m без повторений. Примеры.

Формула сочетаний из n элементов по m с повторениями. Примеры. Формула размещений из n элементов по m с повторениями. Пример.

Тема 4. Условные вероятности. Независимость событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Информативная лекция.

Определение условной вероятности. Независимость событий. Полная группа событий. Вероятность произведения событий. Теоремы сложения и умножения.

Формула полной вероятности. Формула Байеса. Примеры.

Тема 5. Повторение испытаний. Схема Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли.

Информативная лекция.

Последовательность независимых испытаний. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число появления события в n независимых испытаниях.

Предельные теоремы в схеме Бернулли: локальная и интегральная теоремы Муавра – Лапласа. Теорема Пуассона.

Раздел 2. Случайные величины.

Тема 6. Случайные величины. Функция распределения. Дискретные и непрерывные случайные величины.

Информативная лекция.

Определение случайной величины. Дискретные случайные величины. Закон распределения вероятностей. Функция распределения дискретной случайной величины.

Непрерывные случайные величины. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины, ее свойства.

Тема 7. Числовые характеристики случайных величин. Примеры распределений дискретных и непрерывных случайных величин.

Лекция с разбором конкретных ситуаций.

Числовые характеристики дискретных случайных величин. Математическое ожидание, дисперсия, среднеквадратическое отклонение. Их свойства и вычисление.

Примеры распределений дискретной случайной величины: распределение Пуассона, биномиальное распределение, геометрическое и гипергеометрическое распределения. Их числовые характеристики.

Числовые характеристики непрерывных случайных величин. Математическое ожидание, дисперсия, среднеквадратическое отклонение. Их свойства и вычисление.

Примеры распределений непрерывной случайной величины: равномерное распределение, показательное распределение, закон нормального распределения. Их числовые характеристики.

Тема 8. Система случайных величин.

Проблемная лекция.

Система двух случайных величин. Закон распределения вероятностей дискретной двумерной случайной величины. Функция распределения и плотность распределения непрерывной двумерной случайной величины.

Тема 9. Независимость случайных величин. Функции случайных величин. Корреляционная зависимость.

Информативная лекция.

Зависимые и независимые случайные величины. Числовые характеристики системы двух случайных величин. Ковариация и коэффициент корреляции. Линейная регрессия. Линейная корреляция.

Тема 10. Закон больших чисел.

Информативная лекция.

Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел для последовательности независимых случайных величин. Теорема Чебышева. Неравенство Маркова. Теорема Бернулли.

Характеристические функции и их свойства (теоремы о взаимно однозначном и непрерывном соответствии характеристических функций и функций распределения). Центральная предельная теорема для одинаково распределенных слагаемых. Теорема Ляпунова.

Раздел 3. Элементы математической статистики.

Тема 11. Элементы математической статистики. Выборка. Графическое представление выборки.

Информативная лекция.

Предмет математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Статистическое распределение выборки.

Эмпирическая функция распределения. Полигон. Гистограмма.

Тема 12. Точечные оценки.

Информативная лекция.

Статистические оценки параметров распределения. Требования к статистическим оценкам: несмещенность, состоятельность, эффективность. Точечные и интервальные оценки. Примеры применения. Погрешность оценки.

Точечное оценивание. Основные методы: метод моментов, метод максимального правдоподобия. Оценка генеральной средней по выборочной средней. Оценка генеральной дисперсии по исправленной выборочной. Условные варианты.

Тема 13. Статистическое описание двумерной случайной величины.

Информативная лекция.

Распределение средней для выборок из нормальной генеральной совокупности. Распределение Стьюдента. Распределение дисперсии для выборок из нормальной генеральной совокупности. Распределение Пирсона.

Тема 14. Критические границы и распределения некоторых статистик. Интервальные оценки.

Информативная лекция.

Интервальное оценивание. Доверительный интервал, доверительная вероятность (надежность). Доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения при известном и неизвестном среднеквадратическом отклонении. Доверительный интервал для оценки среднего квадратичного отклонения σ нормального распределения.

Тема 15, 16. Проверка статистических гипотез. Общие принципы. Примеры проверки гипотез.

Лекция-беседа.

Статистические методы обработки экспериментальных данных. Повторная и бесповторная выборки. Репрезентативная выборка. Способы отбора. Вычисление объема выборки. Эмпирические и выравнивающие (теоретические) частоты. Оценка отклонения эмпирического распределения от нормального. Построение нормальной кривой по опытным данным.

Понятие статистической гипотезы. Общая постановка задачи проверки статистической гипотезы. Понятие о критериях согласия. Критическая область, критические точки. Виды критических областей.

Проверка гипотезы о равенстве средних двух нормальных генеральных совокупностей при известном и неизвестном среднеквадратическом отклонении. Критерий Стьюдента. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух

нормальных генеральных совокупностей. Критерий Фишера. Проверка гипотезы о значении параметров нормального распределения.

Проверка гипотезы о законе распределения. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона. Методика вычисления теоретических частот нормального распределения. Проверка гипотезы о распределении генеральной совокупности по закону Пуассона.

Тема 17. Понятие регрессии. Метод наименьших квадратов.

Проблемная лекция.

Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Понятие регрессии. Линейная и нелинейная регрессия. Кривые регрессии их свойства.

Корреляционная таблица. Выборочный коэффициент корреляции. Методика его вычисления. Оценка тесноты связи. Выборочное корреляционное отношение, его свойства. Интервальное оценивание коэффициента корреляции и коэффициентов регрессии.

Линейная регрессия. Выборочные уравнения регрессии. Нахождение параметров выборочного уравнения прямой регрессии методом наименьших квадратов по сгруппированным данным.

Результаты освоения учебной дисциплины.

	Наименование раздела	Компетенции	Результат освоения
1	Случайные события и их вероятности.	ОК-7, ОПК-2, ПК-1, ПК-11	<p>Знать: основные понятия: множество элементарных исходов, случайное событие; определения вероятности события; методы вычисления вероятностей случайных событий.</p> <p>Уметь: определять множество элементарных исходов и случайные события в данном опыте; вычислять вероятности случайных событий; вычислять вероятности случайных событий.</p> <p>Владеть: методами вычисления вероятностей случайных событий.</p>

2	Случайные величины.	ОК-7, ОПК-2, ПК-1, ПК-11	<p>Знать: основные понятия случайных величин, их законы распределения и числовые характеристики.</p> <p>Уметь: составлять ряд распределения дискретной с. в.; определять функцию распределения и функцию плотности непрерывной с. в.; находить математическое ожидание и дисперсию с. в.</p> <p>Владеть: методами изучения теоретических распределений с. в.; методами определения числовых характеристик с. в.</p>
3	Элементы математической статистики.	ОК-7, ОПК-2, ПК-1, ПК-11	<p>Знать: основные понятия выборочного метода; методы определения статистических оценок параметров распределения; задачи статистической проверки гипотез; основные понятия о корреляции и регрессии.</p> <p>Уметь: применять статистические методы при изучении случайных явлений; проверять гипотезы о параметрах и о законе распределения генеральной совокупности; оценивать параметры линейной зависимости по методу наименьших квадратов.</p> <p>Владеть: выборочным методом исследования генеральной совокупности.</p>

5. Планы практических занятий.

ЗАНЯТИЕ 1, 2.

Тема: Множество элементарных исходов. Понятие случайного события. Алгебраические операции над событиями. Определение вероятности события. Классическая и статистическая вероятность.

1. Построение множества элементарных исходов.
2. Операции над событиями.
3. Применение комбинаторики к вычислению вероятностей.

Практические задания:

1) На отдельных карточках написаны по одному натуральному числу от **1** до **10** включительно.

а) Наугад выбирают одну карточку. Найти вероятность того, что на ней будет число не менее семи.

б) Наугад выбирают две карточки. Найти вероятность того, что хотя бы на одной из них будет число не менее семи.

2) В фирме **15** работников, **10** из них имеют высшее образование.

а) Наугад выбирают одного работника. Найти вероятность того, что он не имеет высшее образование.

б) Наугад выбирают двух работников. Найти вероятность того, что они оба имеют высшее образование.

3) Из десяти билетов выигрышными являются три.

а) Наугад выбирают один билет. Найти вероятность того, что он выигрышный.

б) Наугад выбирают два билета. Найти вероятность того, что только один из них будет выигрышным.

4) На пяти карточках написаны цифры **1, 2, 3, 4, 5**. Три из них произвольно вынимаются и укладываются на стол в порядке появления. Какая вероятность того, что полученное число будет кратно трём?

5) Имеется **4** ячейки и **3** частицы. Частицы наугад размещаются по ячейкам. Чему равна вероятность того, что все частицы попадут в одну ячейку?

б) В книге **400** страниц. Чему равна вероятность того, что наугад открытая страница будет иметь порядковый номер кратный **6**?

Основная литература:

1) Фадеева Л.Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие/ Л.Н. Фадеева, А.В. Лебедев. - М.: Эксмо, 2010. – 496 с.

2) Колемаев В.А., Калинина В.Н. Теория вероятностей и математическая статистика. - 2-е изд. Учебник - М.: Юнити-Дана, 2012. - 352 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

Дополнительная литература:

- 1) Орлов А.И. Вероятность и прикладная статистика: основные факты: справочник/ А.И. Орлов. - М.: КНОРУС, 2010. – 192 с.
- 2) Лисьев В.П. Теория вероятностей и математическая статистика. - Учебное пособие - М.: Евразийский открытый институт, 2010. - 200 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

ЗАНЯТИЕ 3.

Тема: Вероятность произведения событий. Теоремы сложения и умножения. Независимость событий.

1. Формулы сложения и умножения.
2. Задачи на вычисление геометрических вероятностей.

Практические задания:

- 1) В урне 3 белых, 5 черных и 7 красных шаров. Наугад вынули два шара. Какова вероятность того, что оба шара либо белые, либо черные.
- 2) Из трех орудий произвели залп по цели. Вероятность попадания в цель при одном выстреле только из первого орудия равна 0,7; из второго – 0,6; из третьего – 0,8. Найти вероятность того, что:
 - а) хотя бы один снаряд попадет в цель; б) только два снаряда попадут в цель; в) все три снаряда попадут в цель.
- 3) Электронное устройство состоит из четырех элементов работающих независимо. Вероятность безотказной работы в течение месяца соответственно равны 0,6 для первого элемента; 0,8 для второго; 0,7 для третьего и 0,9 для четвертого. Найти вероятность того, что в течение месяца будут безотказно работать:
 - а) все четыре элемента; б) только один элемент; в) не менее двух элементов.
- 4) Некоторое устройство содержит два независимо работающих элемента. Вероятности отказов этих элементов при перегрузке соответственно равны 0,2 и 0,3. Найти вероятность того, что при перегрузке:
 - а) только один из этих элементов откажет;
 - б) откажут оба элемента.
- 5) Найти вероятность события B , если $P(A + \bar{B}C) = 0,8$; события A и $\bar{B}C$ несовместны; события \bar{B} и C независимы и $P(A) = 0,4$, $P(C) = 0,6$.

Основная литература:

- 1) Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика- 2-е изд., перераб. и доп. Учебник - М.: Юнити-Дана, 2004. - 573 с.

2) Фадеева Л.Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие/ Л.Н. Фадеева, А.В. Лебедев. - М.: Эксмо, 2010. – 496 с.

Дополнительная литература:

1) Вентцель Е. С. Теория вероятностей: учебник/ Е. С. Вентцель. - М.: Высшая школа, 2006. - 575 с.: ил.

2) Лисьев В.П. Теория вероятностей и математическая статистика. - Учебное пособие - М.: Евразийский открытый институт, 2010. - 200 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

ЗАНЯТИЕ 4.

Тема: Условные вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

1. Условные вероятности.
2. Решение задач на применение формулы полной вероятности и формулы Байеса.

Практические задания:

1) В урне **4** белых и **6** чёрных шаров. Из неё один за другим вынимаются два шара. Пусть $A_1 = \{\text{первый шар белый}\}$, $A_2 = \{\text{второй шар белый}\}$, $B = \{\text{хотя бы один из вынутых шаров белый}\}$. Вычислить условные вероятности: $P(A_1/A_2)$, $P(A_1/B)$.

2) Имеется ящик №1 и ящик №2. Три шара (белый, чёрный и красный) наугад размещаются по ящикам. Чему равна вероятность того, что шары белого и чёрного цвета не попадут в один ящик?

3) На вычислительный центр поставлены дисплеи двух производителей: 30% - от первого, а остальные – от второго поставщика. Вероятность наличия скрытого дефекта дисплея от первого поставщика равна 0,05, а от второго 0,01. Какова вероятность того, что случайно выбранный дисплей имеет скрытый дефект?

4) На экзамене предлагаются задачи по трем темам: по первой теме – 15 задач; по второй теме – 20 задач; по третьей теме – 25 задач. Вероятность того, что студент сможет решить задачу по первой теме равна 0,7; по второй – 0,9; по третьей – 0,3. Студент справился с задачей. Какова вероятность того, что ему попала задача по первой теме?

5) В каждой из двух урн содержится восемь черных и два белых шара. Из второй урны наудачу переложили в первую один шар, а затем из первой урны вынули наугад один шар. Найти вероятность того, что вынутый из первой урны шар окажется черным.

Основная литература:

- 1) Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика- 2-е изд., перераб. и доп. Учебник - М.: Юнити-Дана, 2004. - 573 с.
- 2) Фадеева Л.Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие/ Л.Н. Фадеева, А.В. Лебедев. - М.: Эксмо, 2010. – 496 с.
- 3) Колемаев В.А., Калинина В.Н. Теория вероятностей и математическая статистика. - 2-е изд. Учебник - М.: Юнити-Дана, 2012. - 352 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

Дополнительная литература:

- 1) Вентцель Е. С. Теория вероятностей: учебник/ Е. С. Вентцель. - М.: Высшая школа, 2006. - 575 с.: ил.
- 2) Лисьев В.П. Теория вероятностей и математическая статистика. - Учебное пособие - М.: Евразийский открытый институт, 2010. - 200 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

ЗАНЯТИЕ 5.

Тема: Повторение испытаний. Схема Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли.

1. Повторение испытаний.
2. Схема Бернулли.
3. Теоремы Лапласа, Муавра-Лапласа и Пуассона.

Практические задания:

- 1) Монету бросают шесть раз. Найти вероятность того, что «герб» выпадет:
 - а) три раза; б) менее трех раз; в) не менее трех раз.
- 2) Бросаются сразу 3 игральные кости. Найти вероятность того, что при этом два раза выпадет «шестёрка».
- 3) Вероятность поражения мишени при одном выстреле равна $0,9$. Найти вероятность того, что при ста выстрелах мишень будет поражена 90 раз.
- 4) Отдел технического контроля получил партию из 1000 деталей. Вероятность того, что взятая наугад деталь окажется дефектной, равна $0,001$. Найти вероятность того, что в партии дефектны:
 - а) хотя бы одна деталь; б) две детали; в) более двух деталей.
- 5) Какова вероятность того, что при 100 бросаниях монеты «цифра» выпадет:
 - а) хотя бы один раз; б) не менее 45 и не более 55 раз?

б) Вероятность отказа элемента равна $0,001$ и не зависит от состояния других элементов. Найти вероятность того, что из 1000 таких элементов откажут менее двух элементов.

Основная литература:

1) Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика- 2-е изд., перераб. и доп. Учебник - М.: Юнити-Дана, 2004. - 573 с.

2) Фадеева Л.Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие/ Л.Н. Фадеева, А.В. Лебедев. - М.: Эксмо, 2010. – 496 с.

3) Колемаев В.А., Калинина В.Н. Теория вероятностей и математическая статистика. - 2-е изд. Учебник - М.: Юнити-Дана, 2012. - 352 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

Дополнительная литература:

1) Вентцель Е. С. Теория вероятностей: учебник/ Е. С. Вентцель. - М.: Высшая школа, 2006. - 575 с.: ил.

2) Лисьев В.П. Теория вероятностей и математическая статистика. - Учебное пособие - М.: Евразийский открытый институт, 2010. - 200 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

ЗАНЯТИЕ 6, 7.

Тема: Случайные величины. Функция распределения. Дискретные и непрерывные случайные величины. Числовые характеристики случайных величин.

1. Закон распределения дискретной случайной величины.
2. Функция распределения дискретной случайной величины.
3. Числовые характеристики дискретной случайной величины.
4. Функция распределения непрерывной случайной величины.
5. Функция плотности непрерывной случайной величины.
6. Числовые характеристики непрерывной случайной величины.

Практические задания:

1) В партии 10% нестандартных деталей. Наугад отобраны 4 детали. Написать биномиальный закон распределения дискретной случайной величины X – числа нестандартных деталей среди четырех отобранных.

2) В группе 5 мужчин и 3 женщины. Наугад выбираются 3 человека. Случайная величина X – число женщин в выборке. Найти ряд распределения, математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$.

3) Из букв разрезной азбуки, составляющих слово «теория», наугад одна за другой берутся буквы до первого появления гласной буквы. Случайная величина

X – число взятых букв. Найти ряд распределения, математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$.

4) Задана непрерывная случайная величина X функцией распределения $F(x)$:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, & \alpha = 2, \\ \frac{x^2}{16}, & 0 < x \leq 4, & \beta = 4, \\ 1, & x > 4. \end{cases}$$

Требуется:

а) найти плотность распределения вероятностей $f(x)$; б) схематично построить графики функций $f(x)$ и $F(x)$; в) найти математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение случайной величины X ; г) найти вероятность того, что X примет значение из интервала $(\alpha; \beta)$.

5) Непрерывная случайная величина X задана функцией плотности $f(x)$:

$$f(x) = \begin{cases} 0,1 \cdot (x+4), & x \in (0, 2] \\ 0, & x \notin (0, 2] \end{cases}, P\{0 \leq X \leq 1\}.$$

Требуется:

- а) записать функцию распределения $F(x)$;
- б) найти математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$;
- в) определить вероятность указанного события.

Основная литература:

- 1) Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика- 2-е изд., перераб. и доп. Учебник - М.: Юнити-Дана, 2004. - 573 с.
- 2) Фадеева Л.Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие/ Л.Н. Фадеева, А.В. Лебедев. - М.: Эксмо, 2010. – 496 с.
- 3) Колемаев В.А., Калинина В.Н. Теория вероятностей и математическая статистика. - 2-е изд. Учебник - М.: Юнити-Дана, 2012. - 352 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

Дополнительная литература:

- 1) Орлов А.И. Вероятность и прикладная статистика: основные факты: справочник/ А.И. Орлов. - М.: КНОРУС, 2010. – 192 с.
- 2) Лисьев В.П. Теория вероятностей и математическая статистика. - Учебное пособие - М.: Евразийский открытый институт, 2010. - 200 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

Тема: Система случайных величин. Функция распределения. Закон распределения двумерной дискретной случайной величины. Независимость случайных величин. Корреляционная зависимость.

1. Система двух дискретных случайных величин.
2. Функция распределения.
3. Закон распределения двумерной дискретной случайной величины.
4. Коэффициент корреляции.

Практические задания:

1) В урне лежат пять шаров: 2 белых, 2 чёрных и 1 красный. Из урны наугад извлекаются 2 шара. Пусть X – число белых, Y – число красных шаров в выборке. Составить закон распределения для двумерной случайной величины (X, Y) и законы распределения для X и Y .

2) Пусть двумерная случайная величина (X, Y) распределена по следующему закону:

$Y \backslash X$	-1	0	1
0	$0,1$	$0,15$	$0,2$
1	$0,15$	$0,25$	$0,15$

Найти коэффициент

корреляции.

Основная литература:

- 1) Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика- 2-е изд., перераб. и доп. Учебник - М.: Юнити-Дана, 2004. - 573 с.
- 2) Фадеева Л.Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие/ Л.Н. Фадеева, А.В. Лебедев. - М.: Эксмо, 2010. – 496 с.
- 3) Колемаев В.А., Калинина В.Н. Теория вероятностей и математическая статистика. - 2-е изд. Учебник - М.: Юнити-Дана, 2012. - 352 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

Дополнительная литература:

- 1) Кельберт М. Я. Вероятность и статистика в примерах и задачах. Т. 1: пер. с англ/ М. Я. Кельберт, Ю. М. Сухов. - М.: Изд-во МЦНМО, 2007. - 256 с.: ил.
- 2) Лисьев В.П. Теория вероятностей и математическая статистика. - Учебное пособие - М.: Евразийский открытый институт, 2010. - 200 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

ЗАНЯТИЕ 9.

Тема: Элементы математической статистики. Выборка. Графическое представление выборки.

1. Способы получения и записи выборки.

2. Графическое представление выборки.

Практические задания:

1) Известны данные о числе пропущенных занятий по предмету (за один семестр) у 25 студентов (согласно списку студентов в журнале): 2, 0, 3, 1, 6, 4, 4, 2, 5, 2, 5, 0, 1, 1, 2, 1, 0, 3, 2, 4, 3, 2, 1, 2, 3.

Записать эту выборку в виде вариационного и статистического рядов. Определить размах выборки.

2) Построить полигон относительных частот и эмпирическую функцию распределения для выборки, представленной статистическим рядом:

x_i	2	5	7	8
n_i	1	3	2	4

Основная литература:

1) Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика- 2-е изд., перераб. и доп. Учебник - М.: Юнити-Дана, 2004. - 573 с.

2) Фадеева Л.Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие/ Л.Н. Фадеева, А.В. Лебедев. - М.: Эксмо, 2010. – 496 с.

Дополнительная литература:

1) Горяинова Е.Р. Прикладные методы анализа статистических данных: учебное пособие/ Е.Р. Горяинова, А.Р. Панков, Е.Н. Платонов. - М.: ИД Высшей школы экономики, 2012. – 310 с.

2) Орлов А.И. Вероятность и прикладная статистика: основные факты: справочник/ А.И. Орлов. - М.: КНОРУС, 2010. – 192 с.

3) Лисьев В.П. Теория вероятностей и математическая статистика. - Учебное пособие - М.: Евразийский открытый институт, 2010. - 200 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

ЗАНЯТИЕ 10, 11.

Тема: Точечные оценки. Статистическое описание двумерной случайной величины.

1. Вычисление точечных оценок.
2. Составление корреляционной таблицы.

Практические задания:

1) Приведены выборочные данные: 1, 4, 6, 4, 1, 5, 1, 5, 6, 1, 6, 1, 4, 6, 6, 1, 1, 4, 5, 4.

- а) Найти выборочное среднее \bar{x} .
- б) Найти исправленную выборочную дисперсию s^2 .
- в) Построить полигон относительных частот.

2) Выборочные данные представлены группированным статистическим рядом:

интервалы	$[-3, 0)$	$[0, 3)$	$[3, 6)$	$[6, 9)$	$[9, 12]$
частоты	6	12	19	9	4

- Найти выборочное среднее \bar{x} .
- Найти исправленную выборочную дисперсию s^2 .
- Построить гистограмму относительных частот.

Основная литература:

- Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика- 2-е изд., перераб. и доп. Учебник - М.: Юнити-Дана, 2004. - 573 с.
- Фадеева Л.Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие/ Л.Н. Фадеева, А.В. Лебедев. - М.: Эксмо, 2010. – 496 с.
- Колемаев В.А., Калинина В.Н. Теория вероятностей и математическая статистика. - 2-е изд. Учебник - М.: Юнити-Дана, 2012. - 352 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

Дополнительная литература:

- Горяинова Е.Р. Прикладные методы анализа статистических данных: учебное пособие/ Е.Р. Горяинова, А.Р. Панков, Е.Н. Платонов. - М.: ИД Высшей школы экономики, 2012. – 310 с.
- Шведов А. С. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие/ А. С. Шведов. - М.: Изд. дом ГУ ВШЭ, 2005. - 254 с.
- Лисьев В.П. Теория вероятностей и математическая статистика. - Учебное пособие - М.: Евразийский открытый институт, 2010. - 200 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

ЗАНЯТИЕ 12.

Тема: Критические границы и распределения некоторых статистик. Интервальные оценки.

- Проверка гипотезы о виде распределения по критерию Пирсона.

Практические задания:

- Во время второй мировой войны на Лондон упало 537 самолётов – снарядов. Вся территория Лондона была разделена на 576 участков площадью по 0,25 км². Ниже приведены числа участков n_i , на которые упало $\{X = i\}$ снарядов:

i	0	1	2	3	4	≥ 5
n_i	229	211	93	35	7	1

Согласуются ли эти данные с гипотезой о том, что число снарядов, упавших на каждый из участков, имеет распределение Пуассона? Принять $\alpha = 0,05$.

2) Приведены данные о заработной плате случайно отобранных 100 работников определённой отрасли:

интервалы зарплаты (в тысячах руб), $[a_{i-1}, a_i)$	[9, 10)	[10, 11)	[11, 12)	[12, 13)	[13, 14)	[14, 15)	[15, 16]
число человек, n_i	6	9	19	28	20	11	7

Выяснить, можно ли на уровне значимости $\alpha = 0,01$ считать нормальным распределение заработной платы X .

Основная литература:

- 1) Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика- 2-е изд., перераб. и доп. Учебник - М.: Юнити-Дана, 2004. - 573 с.
- 2) Колемаев В.А., Калинина В.Н. Теория вероятностей и математическая статистика. - 2-е изд. Учебник - М.: Юнити-Дана, 2012. - 352 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

Дополнительная литература:

- 1) Горяинова Е.Р. Прикладные методы анализа статистических данных: учебное пособие/ Е.Р. Горяинова, А.Р. Панков, Е.Н. Платонов. - М.: ИД Высшей школы экономики, 2012. – 310 с.
- 2) Шведов А. С. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие/ А. С. Шведов. - М.: Изд. дом ГУ ВШЭ, 2005. - 254 с.
- 3) Лисьев В.П. Теория вероятностей и математическая статистика. - Учебное пособие - М.: Евразийский открытый институт, 2010. - 200 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

ЗАНЯТИЕ 13.

Тема: Проверка статистических гипотез. Общие принципы.

1. Построение доверительных интервалов.
2. Проверка статистических гипотез.

Практические задания:

1) Заданы среднеквадратическое отклонение σ нормально распределенной случайной величины X , выборочная средняя \bar{x}_B и объем выборки n . Найти

доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания a с доверительной вероятностью $\gamma=0,95$; $\bar{x}_B = 25,32$; $n = 49$, $\sigma = 7$.

2) По паспортным данным автомобильного двигателя расход топлива на **100** км пробега пусть составляет **10** л. В результате изменения конструкции двигателя ожидается, что расход топлива уменьшится. Для проверки проводятся испытания **25** случайно отобранных автомобилей с модернизированным двигателем, причём выборочное среднее расходов топлива составило $\bar{x} = 9,3$ л. Предположим, что выборка расходов топлива получена из нормально распределённой генеральной совокупности с математическим ожиданием m и дисперсией $\sigma^2 = 4$.

Проверить гипотезу, утверждающую о том, что изменение конструкции двигателя не повлияло на расход топлива.

Основная литература:

1) Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика- 2-е изд., перераб. и доп. Учебник - М.: Юнити-Дана, 2004. - 573 с.

2) Фадеева Л.Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие/ Л.Н. Фадеева, А.В. Лебедев. - М.: Эксмо, 2010. – 496 с.

3) Колемаев В.А., Калинина В.Н. Теория вероятностей и математическая статистика. - 2-е изд. Учебник - М.: Юнити-Дана, 2012. - 352 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

Дополнительная литература:

1) Горяинова Е.Р. Прикладные методы анализа статистических данных: учебное пособие/ Е.Р. Горяинова, А.Р. Панков, Е.Н. Платонов. - М.: ИД Высшей школы экономики, 2012. – 310 с.

2) Браилов А. В. Лекции по математической статистике: учебное пособие/ А. В. Браилов. – М.: Финакадемия, 2007. – 172 с.

3) Лисьев В.П. Теория вероятностей и математическая статистика. - Учебное пособие - М.: Евразийский открытый институт, 2010. - 200 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

ЗАНЯТИЕ 14, 15.

Тема: Понятие регрессии. Метод наименьших квадратов.

1. Эмпирические линии регрессии.
2. Прямые линии регрессии.

Практические задания:

1) Написать выборочное уравнение прямой регрессии Y на X , если известно, что $\bar{x}_g = 19,45$, $\bar{y}_g = 9,26$, $\bar{x}_g^2 = 395,75$, $\bar{y}_g^2 = 91,90$,

$$\sum n_{xy}xy = 18860, \quad n = 100.$$

2) Найти уравнения прямых (теоретических) линий регрессии Y на X и X на Y по данной корреляционной таблице. Построить найденные прямые регрессии, эмпирические линии регрессии и корреляционное поле на одном чертеже.

Y \ X	2	7	12	17	22	27	n_y
8	2	4	-	-	-	-	6
12	-	3	7	-	-	-	10
16	-	-	5	30	10	-	45
20	-	-	7	10	8	-	25
24	-	-	-	5	6	3	14
n_x	2	7	19	45	24	3	$n = 100$

Основная литература:

1) Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика- 2-е изд., перераб. и доп. Учебник - М.: Юнити-Дана, 2004. - 573 с.

2) Фадеева Л.Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие/ Л.Н. Фадеева, А.В. Лебедев. - М.: Эксмо, 2010. – 496 с.

3) Колемаев В.А., Калинина В.Н. Теория вероятностей и математическая статистика. - 2-е изд. Учебник - М.: Юнити-Дана, 2012. - 352 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

Дополнительная литература:

1) Горяинова Е.Р. Прикладные методы анализа статистических данных: учебное пособие/ Е.Р. Горяинова, А.Р. Панков, Е.Н. Платонов. - М.: ИД Высшей школы экономики, 2012. – 310 с.

2) Браилов А. В. Лекции по математической статистике: учебное пособие/ А. В. Браилов. – М.: Финакадемия, 2007. – 172 с.

3) Лисьев В.П. Теория вероятностей и математическая статистика. - Учебное пособие - М.: Евразийский открытый институт, 2010. - 200 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

6. Самостоятельная работа студентов.

Самостоятельная работа студента по дисциплине включает в себя:

- подготовку к аудиторным занятиям (лекциям, практическим, семинарским) и выполнение расчетного задания;
- самостоятельную работу над отдельными темами учебных дисциплин в соответствии с учебно-тематическими планами;
- написание рефератов (по согласованию с преподавателем);
- выполнение контрольных работ;
- выполнение индивидуального домашнего задания;
- подготовку ко всем видам контрольных испытаний, в том числе к тестам, зачетам, коллоквиумам, экзаменам;
- участие в олимпиадах по математике.

Тема 1: Множество элементарных исходов. Понятие случайного события. Алгебраические операции над событиями.

Задачи для СРС:

1) Пусть опыт состоит в подбрасывании один раз игральной кости (однородного кубика, грани которого помечены числами от 1 до 6). Наблюдаемый результат: число очков X , выпавших на верхней грани кости. Требуется описать множество элементарных исходов Ω и указать состав подмножеств, соответствующих следующим событиям:

$$A = \{X \text{ кратно трём}\}, B = \{X \text{ чётно}\}, C = \{X \geq 4\}, D = \{X \text{ дробно}\}, E = \{X < 7\}, F = \{0,5 < X < 2\}.$$

2) Опыт: монета бросается до первого появления герба. Наблюдаемый результат: общее число бросаний. Описать множество элементарных исходов Ω и события $A = \{\text{герб впервые появился при третьем бросании монеты}\}$, $B = \{\text{будет сделано не больше трёх бросаний}\}$.

3) Произведено три выстрела из орудия по цели (опыт). Пусть события $A_i = \{\text{попадание при } i\text{-м выстреле}\}$ ($i = 1, 2, 3$). Выразить через A_i следующие события: $A = \{\text{ровно одно попадание}\}$, $B = \{\text{ровно два попадания}\}$, $C = \{\text{ровно три попадания}\}$, $D = \{\text{все промахи}\}$, $E = \{\text{хотя бы одно попадание}\}$, $F = \{\text{хотя бы один промах}\}$, $G = \{\text{не меньше двух попаданий}\}$.

4) Сколько можно составить четырёхзначных чисел так, чтобы любые две соседние цифры были различны?

Тема 2: Определение вероятности события. Классическая и статистическая вероятность.

Задачи для СРС:

1) Задумано трёхзначное число. Найти вероятность того, что оно кратно 5.

2) Игральная кость бросается дважды. Найти вероятности следующих событий:

$A = \{\text{оба раза выпало число очков, кратное } 3\}$, $B = \{\text{оба раза выпало число очков, большее трёх}\}$, $C = \{\text{оба раза выпало одинаковое число очков}\}$, $D = \{\text{сумма выпавших очков равна } 6\}$.

3) Множество X содержит 6 первых букв русского алфавита. Опыт состоит в выборе без возвращения 3-х букв и записи слова в порядке поступления букв. Сколько 3-х буквенных слов может быть получено в данном опыте? Какова вероятность события $A = \{\text{наугад составленное слово из 3-х букв множества } X \text{ оканчивается буквой } a\}$?

4) В коллективе 9 работников, из них 4 женщины. Наугад выбирают одного работника. Найти вероятность того, что он мужчина.

5) Бросают три игральные кости. Найти вероятность того, что выпадет разное число очков на костях?

Тема 3: Применение комбинаторики к вычислению вероятностей.

Задачи для СРС:

1) В коллективе 9 работников, из них 4 женщины. Наугад выбирают двух работников. Найти вероятность того, что среди них будет мужчина и женщина.

2) Из колоды в 36 игральных карт случайным образом вынимаются две. Какова вероятность, что вынутыми окажутся «туз» и «десятка»?

3) В конверте 8 лотерейных билетов, из них 2 выигрышных.

а) Наугад выбирают один билет. Найти вероятность того, что он выигрышный.

б) Наугад выбирают две билета. Найти вероятность того, что они оба проигрышные.

4) Записано произвольное двузначное число. Найти вероятность того, что в записи этого числа нет цифр 3 и 5?

5) В конверте среди 10 фотокарточек одна разыскиваемая. Из конверта наугад извлечены 3 карточки. Какова вероятность, что среди них окажется нужная?

6) В кондитерской имеется 7 видов пирожных. Покупатель выбил чек на 4 пирожных. Считая, что любой заказываемый набор пирожных равновероятен, найти вероятности следующих событий: $A = \{\text{заказаны пирожные разных видов}\}$, $B = \{\text{заказаны пирожные одного вида}\}$.

7) Наугад выбирается трёхзначное число. Какова вероятность, что оно состоит только из нечётных цифр и оно меньше числа 200?

Тема 4: Условные вероятности. Независимость событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Задачи для СРС:

1) Имеются две партии однородных деталей. Первая партия состоит из 12 деталей, 3 из которых - бракованные. Вторая партия состоит из 15 деталей, 4 из

которых – бракованные. Из первой и второй партий извлекают по две детали. Какова вероятность того, что среди них нет бракованных деталей.

2) Имеются две партии однородных деталей. Первая партия состоит из 12 деталей, 3 из которых – бракованные. Вторая партия состоит из 15 деталей, 4 из которых – бракованные. Из первой партии извлекаются наугад 5 деталей, а из второй – 7 деталей. Эти детали образуют новую партию. Какова вероятность достать из них бракованную деталь?

3) Двадцать экзаменационных билетов содержат по два вопроса, которые не повторяются. Экзаменуемый знает ответы только на 35 вопросов. Определить вероятность того, что экзамен будет сдан, если для этого достаточно ответить на два вопроса одного билета или на один вопрос одного билета и на указанный дополнительный вопрос из другого билета.

4) Имеется пять винтовок, три из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит цель при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,95, для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,7. Найти вероятность того, что цель будет поражена, если стрелок произведет один выстрел из наугад выбранной винтовки.

5) В первой коробке содержится 10 шаров, из них 8 белых; во второй коробке 20 шаров, из них 4 белых. Из каждой коробки наугад извлекли по одному шару, а затем из этих двух шаров наугад берут один шар. Найти вероятность того, что этот шар белый.

Тема 5: Повторение испытаний. Схема Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли.

Задачи для СРС:

1) Производится стрельба по цели тремя снарядами. Вероятности попадания при каждом выстреле равны **0,6**. Найти вероятность того, что будет только одно попадание.

2) По цели производится 5 выстрелов. Вероятность попадания для каждого выстрела равна 0,4. Найти вероятность того, что произошло 4 попадания.

3) Вероятность того, что наудачу выбранная деталь окажется бракованной, при каждой проверке одна и та же и равна 0,2. Определить вероятность того, что среди 50 наугад выбранных деталей бракованных окажется не менее 6.

4) Проверкой установлено, что 96% изделий служат не меньше гарантируемого срока. Наугад выбирают 15000 изделий. Найти вероятность того, что со сроком службы менее гарантируемого будет от 570 до 630 изделий.

5) В бюро обслуживания в среднем поступает 12 заявок в час. Считая поток заказов простейшим, определить вероятность того, что:

а) за 1 минуту не поступит ни одного заказа, б) за 10 минут поступит не более трех заказов.

б) Вероятность опечатки на странице равна **0,0025**. В книге **800** страниц. Какова вероятность того, что с опечатками будут не более **2**-х страниц?

Тема 6: Случайные величины. Функция распределения. Дискретные и непрерывные случайные величины.

Задачи для СРС:

1) Две игральные кости одновременно бросают 2 раза. Написать биномиальный закон распределения дискретной случайной величины X – числа выпадений четного числа очков на двух игровых костях.

2) Заданы математическое ожидание $a=4$ и среднеквадратическое отклонение $\sigma=6$ нормально распределенной случайной величины X . Требуется:

а) написать плотность распределения вероятностей и схематично построить ее график; б) найти вероятность того, что X примет значение из интервала (5; 9).

3) Задана непрерывная случайная величина X своей функцией плотности

$$f(x) = \begin{cases} A \cos 2x, & \text{при } -\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4} \\ 0, & \text{при } |x| > \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

Требуется определить коэффициент A , найти функцию распределения, построить графики функции распределения и плотности распределения, определить вероятность того, что случайная величина X попадет в интервал $\left(\frac{\pi}{6}; 2\right)$.

4) Из букв разрезной азбуки, составляющих слово «мороз», наугад берутся 3 буквы. Случайная величина X – число взятых гласных букв. Построить ряд распределения случайной величины X .

Тема 7: Числовые характеристики случайных величин.

Задачи для СРС:

1) Завод выпускает 96% изделий первого сорта и 4% изделий второго сорта. Наугад выбирают 1000 изделий. Пусть X – число изделий первого сорта в данной выборке. Найти закон распределения, математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .

2) Закон распределения случайной величины имеет вид:

X	0	1	2
p	0,0625	0,375	0,5625

Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .

3) В урне 6 белых и 4 черных шара. Из нее пять раз подряд извлекают шар, причем каждый раз вынутый шар возвращают обратно и шары перемешивают. Приняв за случайную величину X число извлеченных белых шаров, составить

закон распределения этой величины, определить ее математическое ожидание и дисперсию.

4) Непрерывная случайная величина X задана своей функцией распределения

$$F(x): F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ 0,5(1+x), & -1 < x \leq 1, P\{X < 0\}. \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

Требуется:

а) записать функцию плотности $f(x)$;

б) найти математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$;

в) определить вероятность указанного события.

Тема 8, 9: Система случайных величин. Функция распределения. Закон распределения двумерной дискретной случайной величины. Независимость случайных величин. Корреляционная зависимость.

Задачи для СРС:

1) Задана плотность распределения системы случайных величин X и Y :

$$f(x, y) = \frac{1}{\pi^2(x^2 + y^2 + x^2y^2 + 1)}$$

Выяснить являются ли независимыми случайные величины X и Y .

2) Найти условное математическое ожидание составляющей Y при $X = x_1 = 1$ для дискретной двумерной случайной величины, заданной таблицей:

Y	X			
	$x_1=1$	$x_2=3$	$x_3=4$	$x_4=8$
$y_1=3$	0,15	0,06	0,25	0,04
$y_2=6$	0,30	0,10	0,03	0,07

3) Даны две независимые дискретные случайные величины X и Y :

X	2	3
p	0,2	0,3

Y	2	3
q	0,2	0,3

Построить закон распределения вероятностей суммы $X+Y$.

Тема 10: Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Неравенство Маркова.

Задачи для СРС:

1) Суточная потребность электроэнергии в населенном пункте является случайной величиной, математическое ожидание которой равно 3000 кВт/час, а

дисперсия составляет 2500. Оценить вероятность того, что в ближайшие сутки расход электроэнергии в этом населенном пункте будет от 2500 до 3500 кВт/час.

2) Среднеквадратическое отклонение каждой из 2500 независимых случайных величин не превосходит 3. Оценить вероятность того, что абсолютная величина отклонения среднего арифметического этих случайных величин от среднего арифметического их математических ожиданий не превосходит 0,3.

3) Сколько следует проверить деталей, чтобы с вероятностью, не меньшей 0,96, можно было ожидать, что абсолютная величина отклонения относительной частоты годных деталей от вероятности детали быть годной, равной 0,98, не превысит 0,02.

4) Вероятность наступления события A в каждом испытании равна 0,3. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что в 10000 испытаниях отклонение относительной частоты появления события A от его вероятности не превзойдет по абсолютной величине 0,01.

Тема 11: Элементы математической статистики. Выборка. Графическое представление выборки.

Задачи для СРС:

1) Дана статистическая совокупность, характеризующая длину нити в пряже (в метрах):

51.55	61.25	67.13	69.34	71.85	75.18	77.47	60.21	64.93	69.10
71.32	73.78	76.94	80.58	86.55	72.09	62.00	67.64	69.49	72.71
75.64	77.89	82.51	73.08	62.39	67.86	69.70	72.74	75.71	78.03
82.72	79.38	63.44	69.07	71.13	73.74	76.48	80.40	86.34	87.93
68.03	70.26	70.56	68.74	62.84	68.97	70.69	73.68	76.11	80.34

Построить по этим данным интервальный вариационный ряд с равными интервалами (первый интервал 51.55 – 56.55 и т.д.) и начертить гистограмму, полигон частот.

2) Приводится время (в минутах) выполнения некоторого контрольного задания случайно выбранными студентами (50 человек):

38 60 41 51 33 42 45 21 53 60
68 52 47 46 49 49 14 57 54 59
77 47 28 48 58 32 42 58 61 30
61 35 47 72 41 45 44 55 30 40
67 65 39 48 43 60 54 42 59 50

Построить полигон и гистограмму относительных частот по этой выборке, эмпирическую функцию распределения, предварительно проведя группировку.

Тема 12: Точечные оценки.

Задачи для СРС:

1) Дана статистическая совокупность, характеризующая длину нити в пряже (в метрах):

51.55	61.25	67.13	69.34	71.85	75.18	77.47	60.21	64.93	69.10
71.32	73.78	76.94	80.58	86.55	72.09	62.00	67.64	69.49	72.71
75.64	77.89	82.51	73.08	62.39	67.86	69.70	72.74	75.71	78.03
82.72	79.38	63.44	69.07	71.13	73.74	76.48	80.40	86.34	87.93
68.03	70.26	70.56	68.74	62.84	68.97	70.69	73.68	76.11	80.34

Найти \bar{x}_e, D_e, S^2, S .

2) Найти выборочные средние \bar{x}, \bar{y} и выборочные дисперсии σ_x^2, σ_y^2 .

X	2	7	12	17	22	27	n_y
8	2	4	-	-	-	-	6
12	-	3	7	-	-	-	10
16	-	-	5	30	10	-	45
20	-	-	7	10	8	-	25
24	-	-	-	5	6	3	14
n_x	2	7	19	45	24	3	n = 100

Тема 13, 14: Статистическое описание двумерной случайной величины. Критические границы и распределения некоторых статистик. Интервальные оценки.

Задачи для СРС:

1) Дана статистическая совокупность, характеризующая длину нити в пряже (в метрах):

51.55	61.25	67.13	69.34	71.85	75.18	77.47	60.21	64.93	69.10
71.32	73.78	76.94	80.58	86.55	72.09	62.00	67.64	69.49	72.71
75.64	77.89	82.51	73.08	62.39	67.86	69.70	72.74	75.71	78.03
82.72	79.38	63.44	69.07	71.13	73.74	76.48	80.40	86.34	87.93
68.03	70.26	70.56	68.74	62.84	68.97	70.69	73.68	76.11	80.34

Построить доверительные интервалы для математического ожидания a и для среднеквадратического отклонения σ (надежность $\gamma=0,95$).

2) В результате 10 независимых измерений некоторой случайной величины X , выполненных с одинаковой точностью, получены опытные данные, приведенные в таблице.

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}
6,9	7,3	7,1	9,5	9,7	7,9	7,6	9,1	6,6	9,9

Предполагая, что результаты измерений подчинены нормальному закону распределения вероятностей, оценить истинное значение X при помощи доверительного интервала, покрывающего истинное значение величины X с доверительной вероятностью 0,95.

Тема 15, 16: Проверка статистических гипотез.

Задачи для СРС:

1) Дана статистическая совокупность, характеризующая длину нити в пряже (в метрах):

51.55	61.25	67.13	69.34	71.85	75.18	77.47	60.21	64.93	69.10
71.32	73.78	76.94	80.58	86.55	72.09	62.00	67.64	69.49	72.71
75.64	77.89	82.51	73.08	62.39	67.86	69.70	72.74	75.71	78.03
82.72	79.38	63.44	69.07	71.13	73.74	76.48	80.40	86.34	87.93
68.03	70.26	70.56	68.74	62.84	68.97	70.69	73.68	76.11	80.34

Проверить гипотезу о нормальном распределении X – длины нити.

2) Отдел технического контроля проверил $n = 500$ партий однотипных изделий и установил, что число X нестандартных деталей в одной партии имеет эмпирическое распределение, приведенное в таблице.

x_i	0	1	2	3	4	5
n_i	194	186	88	26	5	1

x – число нестандартных изделий в одной партии, n – количество партий, содержащих x нестандартных изделий.

Требуется при уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить гипотезу о том, что случайная величина X (число нестандартных изделий в одной партии) распределена по закону Пуассона.

Тема 17: Понятие регрессии. Метод наименьших квадратов.

Задачи для СРС:

1) Установить зависимость между величинами (найти выборочный коэффициент корреляции и оценить его значимость при уровне значимости $\alpha = 0,05$).

2) Найти уравнения прямых линий регрессии Y на X и X на Y по данной корреляционной таблице. Построить найденные прямые регрессии и корреляционное поле на одном чертеже.

Y	X	11	16	21	26	31	36	n_y
10		2	4	-	-	-	-	6
20		-	6	2	-	-	-	8
30		-	-	3	50	2	-	55
40		-	-	1	10	6	-	17
50		-	-	-	4	7	3	14
n_x		2	10	6	64	15	3	$n = 100$

7. Образовательные технологии, используемые в преподавании дисциплины.

Образовательные технологии, используемые при изучении дисциплины, предусматривают применение рейтинговой системы. Преподаватель должен разъяснять студентам особенности применения 100-балльной шкалы оценок и других положений рейтинговой системы.

Использование вычислительной техники для изучения дисциплины не является обязательным. Могут применяться различные обучающие и контролирующие программы. В то же время студенты должны знать, что многие изучаемые понятия данной дисциплины в дальнейшем будут служить основой для построения алгоритмов и создания программ для ЭВМ.

Лекции и практические занятия следует проводить преимущественно в интерактивной форме – находиться в режиме беседы, общения, диалога со студентом.

Задачи по теории вероятностей следует регулярно включать в задания олимпиады по математике.

Наряду со стандартными упражнениями на практических занятиях следует предлагать студентам и задачи повышенной сложности.

8. Критерии оценки результатов обучения.

Профессиональный уровень “5” (отлично)	85-100	Задания правильно решены; полное понимание рассматриваемой темы; полный и глубокий анализ конкретной темы; критическое использование теории и рекомендуемого материала для чтения; расширение и углубление лекционного материала; аргументированная логика; иллюстративность массой примеров и данных
Продвинутый уровень “4” (хорошо)	70-84	Правильное решение, но ряд несущественных упущений в плане содержания; умение аргументировать и использовать примеры; некоторое расширение и углубление лекционного материала;
Базовый уровень “3” (удовлетворительно)	60-69	Удовлетворительный уровень, есть ряд существенных недочетов при решении заданий; в основном базируется на лекционном материале;
Минимальный уровень “2” (неудовлетворительно)	35-59	Неудовлетворительное выполнение; частичное решение заданий; неадекватность примеров
Минимальный уровень “1” (неудовлетворительно)	0-34	Отсутствие понимания вопроса; наличие серьезных ошибок и несоответствий

Рейтинговая система для оценки успеваемости студентов

Наименование контрольной точки (КТ)	Перечень разделов и тем, входящих в КТ	Форма КТ	Балловая стоимость
Аудиторная контрольная	Раздел 1. Случайные события и их	Решение задач	9

работа	вероятности (темы 1 – 5)		
Аудиторная контрольная работа	Раздел 2. Случайные величины (темы 6 – 10)	Решение задач	9
Домашнее расчетное задание	Раздел 3. Элементы математической статистики (темы 11 – 17)	Решение задач с последующим собеседованием.	9

Разбивка баллов.

Промежуточный рейтинг – 60 баллов:

1) Рейтинг работы студента на практических занятиях – 23 балла.

Максимальный рейтинг, который студент может заработать на одном семинарском занятии — 1 балл:

- за отличный ответ (полный, безошибочный) — 1 балл;
- за активную работу на семинаре — 1 балл;
- за отказ от ответа, за неправильный ответ — 0 баллов.

2) Рейтинг контрольных точек – 27 баллов.

3) Рейтинг поощрительный – 10 баллов:

- решение задач повышенной сложности – 5-10 баллов;
- написание и защита реферата – 5-10 баллов.

Сдача экзамена – 40 баллов.

9. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов освоения программы дисциплины

Текущий контроль успеваемости студентов.

Текущий контроль успеваемости – это установление уровня знаний, умений, владений студентов по отношению к объему и содержанию разделов (модулей, частей) учебных дисциплин, представленных и утвержденных в учебных планах и учебных программах.

Текущий контроль успеваемости осуществляется через комплекс испытаний студентов в виде устных и письменных опросов, коллоквиумов, контрольных работ, проверки домашних заданий, защиты отчетов, компьютерного и бланочного тестирования. Возможны и другие виды контроля по усмотрению кафедры, обеспечивающей учебный процесс по данной дисциплине, в том числе, контроль посещаемости занятий.

В систему текущего контроля рекомендуется вводить необязательные мероприятия, позволяющие повысить семестровый рейтинг, например, участие в олимпиадах, научное исследование, участие в научных конференциях с докладом по теме изучаемого предмета и т.д. с назначением определенных баллов, прибавляемых к семестровому рейтингу по дисциплине. При этом рейтинг не должен превышать 100 баллов.

Для текущего контроля успеваемости на кафедрах, осуществляющих учебный процесс, создаются и периодически актуализируются банки тестов, заданий, программы компьютерных проверок и т.п. материалы.

Виды и сроки проведения мероприятий текущего контроля устанавливаются рабочей программой учебной дисциплины.

Промежуточная аттестация.

Промежуточная аттестация студентов – это установление уровня знаний, умений, владений обучаемых, как показателя уровня освоения требуемых компетенций, по отношению к объему и содержанию учебной дисциплины.

Оценка промежуточной аттестации студента по дисциплине формируется на основании семестрового рейтинга текущего контроля и рейтинга экзаменационного испытания. Экзаменационное испытание проводится в сроки, устанавливаемые в соответствии с утвержденными учебными планами, календарными учебными графиками и приказами.

Преподаватель имеет право принять у студента экзамен только при наличии первичных документов по учету результатов промежуточной аттестации. Первичными документами являются экзаменационные ведомости, индивидуальные разрешения на сдачу экзамена. Все первичные документы должны передаваться в деканат преподавателем лично не позднее следующего дня после проведения испытания промежуточной аттестации.

По результатам промежуточной аттестации студенту, кроме итогового рейтинга по 100-балльной шкале, выставляется итоговая отметка: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

При аттестации на «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно» студент считается получившим положительную оценку и прошедшим промежуточную аттестацию. Положительные оценки и соответствующие рейтинги заносятся в первичные документы и зачетные книжки студентов. Записи в зачетных книжках студентов должны осуществляться только после оформления первичных документов.

Оценки «неудовлетворительно» проставляются только в первичные документы.

Неудовлетворительные результаты промежуточной аттестации по дисциплине или непрохождение промежуточной аттестации в установленные сроки признаются академической задолженностью. Студенты обязаны ликвидировать академическую задолженность.

Виды и сроки проведения мероприятий промежуточной аттестации устанавливаются рабочей программой учебной дисциплины.

10. Комплект оценочных средств по дисциплине

Контрольная работа №1.

1. Имеются **6** билетов в театр, из которых **4** билета на места 1-го ряда. Какая вероятность того, что из **3**-х наугад выбранных билетов **2** окажутся на места 1-го ряда?
2. На трёх карточках написано по одной из цифр: **2, 3, 4**. Две из них произвольно вынимаются и укладываются на стол в порядке появления. Какая вероятность того, что полученное число будет чётно?
3. Брошены две игральные кости. Какова вероятность, что сумма выпавших очков будет равна **10**?
4. Наугад выбирают два числа из промежутка $[0; 1]$. Какая вероятность того, что их сумма заключена между **0,25** и **1**?
5. Вероятности того, что потребитель увидит рекламу определённого продукта по 1-му, 2-му, 3-му телеканалам, равны соответственно **0,1, 0,08, 0,05**. Пусть эти события независимы в совокупности. Какая вероятность того, что потребитель увидит рекламу данного продукта хотя бы по одному из этих каналов?
6. В отборочных соревнованиях участвуют **4** студента из 1-й группы и **6** - из 2-й группы. Вероятности попадания в сборную команду института для студентов этих групп соответственно равны **0,9** и **0,8**. Чему равна вероятность того, что наудачу выбранный студент вошёл в сборную?
7. В магазин вошло **4** покупателя. Вероятность совершить покупку для каждого из них одинакова и равна **0,6**. Что вероятнее: совершат покупку двое или трое?
8. Вероятность появления события **A** в каждом из **100** независимых испытаниях равна **0,8**. Найти вероятность того, что событие **A** появится не более **74**-х раз.

Контрольная работа №2.

Билет № 1

1. В ящике лежат **5** шаров с номерами: **0, 1, 2, 2, 4**. Наугад выбираются **2** шара (без возвращения). Случайная величина **X** – произведение номеров у выбранных шаров. Найти:
 - 1) ряд распределения;
 - 2) математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$.
2. Считаем, что день рождения незнакомого человека может быть с равной вероятностью любым днём недели. Случайная величина **X** – число людей, родившихся в воскресенье, среди трёх случайно встретившихся прохожих. Найти:
 - 1) ряд распределения;
 - 2) функцию распределения и построить её график.
3. Случайная величина **X** имеет плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ \frac{2}{9}(x+3), & 1 < x \leq 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases}$$

Найти:

- 1) функцию распределения $F(x)$;
 - 2) $P(1,5 < X < 2)$;
 - 3) математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$;
 - 4) построить графики функций $F(x)$ и $f(x)$.
4. Случайная величина X распределена по нормальному закону с параметрами $a=2$, $\sigma=9$. Найти:
- 1) $P(1 \leq X \leq 4)$ и $P(|X - a| < 1)$;
 - 2) значение x из условия $P(X \geq x) = 0,01$.

Расчетное задание

Для статистической обработки данных требуется:

1. Для величин X и Y составить группированные ряды. На основании этих рядов построить полигоны, гистограммы относительных частот и графики эмпирических функций распределения для X и Y .
2. Вычислить точечные оценки: выборочные средние \bar{x} и \bar{y} ; несмещённые выборочные средние квадратичные отклонения s_x и s_y .
3. Проверить гипотезы о нормальном законе распределения случайных величин X и Y при уровне значимости $\alpha = 0,05$.
4. Найти доверительные интервалы для $M(X)$, $M(Y)$, $D(X)$, $D(Y)$ с надёжностью $\gamma = 0,95$.
5. Составить корреляционную таблицу. Вычислить выборочный коэффициент корреляции r_s .
6. Найти выборочные уравнения прямых линий регрессии Y на X и X на Y . Построить графики этих прямых на одном рисунке с наблюдаемыми точками (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, n$ и эмпирическими линиями регрессии.

x_i	y_i	x_i	y_i	x_i	y_i	x_i	y_i	x_i	y_i
62,7	168	86,5	179	85,6	188	75,6	168	84,5	188
91,4	197	81,7	185	77,0	181	63,6	164	79,9	183
77,3	174	62,7	168	87,9	185	80,5	175	86,5	191
70,5	169	82,6	193	87,4	184	68,2	167	72,7	174
78,7	190	76,6	178	73,3	160	74,4	166	78,1	172
71,6	165	72,7	174	87,4	184	79,4	176	71,6	165
67,4	162	75,6	168	76,5	177	85,7	185	74,7	170
76,8	177	75,9	169	76,7	179	81,9	190	71,6	174
96,5	194	75,3	177	77,0	181	75,5	177	75,9	182
91,4	197	70,1	183	73,2	178	76,6	178	88,7	190

Вопросы к зачету (раздел 1) и экзамену (разделы 1-3).

Раздел 1. Случайные события и их вероятности

- 1) Дать понятие множества элементарных исходов, связанного с данным опытом. Привести пример.
- 2) Что называется случайным событием в опыте? Чем характеризуется невозможное и достоверное событие?
- 3) Какие события называются совместными и несовместными? Привести примеры.
- 4) Что такое сумма, произведение, разность двух событий? Какое событие называется противоположным событию A ? Привести примеры.
- 5) Что называется относительной частотой события? Свойства относительной частоты? Статистическое определение вероятности события.
- 6) Вероятностная модель опыта с конечным числом исходов. Классическое определение вероятности события.
- 7) Вероятностная модель опыта с непрерывным множеством исходов. Геометрическое определение вероятности события.
- 8) Аксиоматическое определение вероятности события.
- 9) Формула сложения вероятностей: а) события несовместны; б) события совместны.
- 10) Формула для A_n^m – числа размещений из n элементов по m .
- 11) Формула для C_n^m – числа сочетаний из n элементов по m .
- 12) Определение условной вероятности события.
- 13) Формула умножения вероятностей.
- 14) Определение независимости двух случайных событий; независимости в совокупности и попарной независимости для событий A_1, \dots, A_n .
- 15) Полная группа событий.
- 16) Формула полной вероятности.
- 17) Формула Байеса.
- 18) Схема Бернулли независимых повторных испытаний. Формула Бернулли для вычисления вероятности $P_n(k)$.
- 19) Локальная приближённая формула Лапласа. Особенности её применения для вычисления вероятности $P_n(k)$.
- 20) Интегральная приближённая формула Лапласа. Особенности её применения для вычисления вероятности $P_n(k_1 \leq k \leq k_2)$.
- 21) Приближённая формула Пуассона. Особенности её применения для вычисления вероятности $P_n(k)$.

Раздел 2. Случайные величины

- 1) Что называется случайной величиной? Привести примеры дискретных и непрерывных величин.
- 2) Что такое функция распределения $F(x)$ случайной величины X ?
- 3) Основные свойства функции распределения.

- 4) Закон распределения и функция распределения для дискретной случайной величины.
- 5) Биномиальный закон распределения, распределение Пуассона, геометрическое распределение, гипергеометрическое распределение.
- 6) Основные свойства функции плотности $f(x)$ непрерывной случайной величины X .
- 7) Математическое ожидание $M(X)$ случайной величины X : а) X – дискретная; б) X – непрерывная случайная величина.
- 8) Дисперсия $D(X)$ и среднеквадратическое отклонение $\sigma(X)$ случайной величины X .
- 9) Основные свойства $M(X)$ и $D(X)$.
- 10) Равномерное распределение на $[a, b]$, показательное распределение с параметром λ , нормальный закон распределения с параметрами a и σ .
- 11) Формула для вычисления вероятностей $P\{\alpha \leq X \leq \beta\}$ и $P\{|X - a| < \delta\}$, если X имеет нормальное распределение с параметрами a и σ .
- 12) “Правило трёх сигм”.
- 13) Функция распределения двумерной случайной величины. Основные свойства.
- 14) Как получить законы распределения для X и Y по отдельности, если известен закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) ?
- 15) Связь между плотностью $f(x, y)$ и функцией распределения $F(x, y)$ двумерной непрерывной случайной величины (X, Y) ?
- 16) Независимые случайные величины X и Y .
- 17) Функция распределения $F_Y(y)$ для случайной величины $Y = \varphi(X)$, если $y = \varphi(x)$ монотонная функция, а $F_X(x)$ – функция распределения непрерывной величины X .
- 18) Корреляционный момент $K(X, Y)$ и коэффициент корреляции $r(X, Y)$ двумерной случайной величины (X, Y) .
- 19) Основные свойства коэффициента корреляции.
- 20) Что характеризует коэффициент корреляции?
- 21) Неравенство Чебышева.
- 22) Сходимость по вероятности последовательности случайных величин X_1, \dots, X_n к величине X .
- 23) Закон больших чисел в форме Чебышева.
- 24) Закон больших чисел в форме Бернулли.
- 25) Центральная предельная теорема.

Раздел 3. Элементы математической статистики

- 1) Выборочный метод обследования генеральной совокупности.
- 2) Способы составления выборки.
- 3) Вариационный и статистический ряд.
- 4) Группировка выборочных данных?
- 5) Графическое изображение выборочных данных. Какую информацию о генеральной совокупности несут эти изображения?

- 6) Требования к точечным оценкам неизвестного параметра генеральной совокупности.
- 7) Точечная оценка для математического ожидания.
- 8) Точечная оценка для дисперсии.
- 9) Корреляционная таблица.
- 10) Точечная оценка для коэффициента корреляции двумерной генеральной величины (X, Y) .
- 11) Квантиль z_p и критическая точка $z_{кр}(p)$ порядка p распределения величины Z . Виды критических границ распределения.
- 12) Охарактеризовать распределение $\chi^2(k)$ (хи-квадрат) и распределение Стьюдента.
- 13) Доверительный интервал, доверительная вероятность, уровень значимости.
- 14) Построение доверительного интервала для математического ожидания.
- 15) Построение доверительного интервала для дисперсии.
- 16) Статистическая гипотеза. В чём заключается основная идея проверки статистической гипотезы?
- 17) Ошибки первого и второго рода.
- 18) Схема проверки гипотезы о виде распределения генеральной совокупности (критерий согласия Пирсона).
- 19) Проверка гипотезы об отсутствии корреляционной связи между двумя случайными величинами.
- 20) Что называется регрессией Y на X и X на Y ? Как определяются эмпирические линии регрессии?
- 21) Метод наименьших квадратов (МНК).
- 22) Уравнение линейной регрессии Y на X и X на Y .
- 23) Корреляционные отношения величин X и Y .
- 24) Что характеризуют корреляционные отношения?

Задачи к экзамену.

Задача №1.

На каждой из пяти карточках написано по одной из цифр: $1, 2, 3, 4, 5$. Три из них произвольно вынимаются и укладываются на стол в порядке появления. Какая вероятность, что полученное число окажется чётным?

Задача №2.

В тире три ружья, вероятности попадания из которых соответственно равны $0,6; 0,8; 0,9$. Из наугад взятого ружья произвели выстрел, и попали в цель. Найти вероятность того, что стреляли из 1-го ружья.

Задача №3.

Дан ряд распределения дискретной случайной величины X :

X	-3	-2	x_3
p	$0,3$	$0,4$	p_3

Известно, что математическое ожидание $M(X) = 1$. Найти: 1) вероятность p_3 ; 2) значение x_3 ; 3) дисперсию $D(X)$.

Задача №4.

Случайная величина X имеет плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ \frac{2}{33}(x+3), & 1 < x \leq 4 \\ 0, & x > 4 \end{cases}$$

Найти: 1) функцию распределения $F(x)$; 2) $P\{0 < X < 2\}$; 3) математическое ожидание $M(X)$.

Задача №5.

Найти выборочное среднее \bar{x} , исправленную выборочную дисперсию s^2 , построить полигон относительных частот и график эмпирической функции распределения по данному статистическому ряду:

x_i	1	3	5	7
n_i	10	5	20	15

Тесты для самоконтроля.

Входное тестирование (проверка остаточных знаний).

- Производная функции $y=x^3$, равна...
 - $3x$
 - $3x^2$
 - 3
 - $3x^3$
- Определенный интеграл $\int_0^1 dx$ равен...
 - 1
 - 1
 - 0,5
 - 0
- Производная функции $z=x^3y$ по переменной y , равна ...
 - x^3
 - $3x^2$
 - $3x^2y$
 - $3x^3$
- Определенный интеграл $\int_0^1 ydx$ равен ...
 - xy
 - x
 - y
 - $-y$

5. Частная производная функции $z=e^{x+3y}$ по переменной y в точке $(0;1)$ равна...
- e
 - $3e$
 - $4e$
 - 1
6. В ящике 2 белых и 3 черных шара. Наугад вынимают один из них. Тогда вероятность извлечь черный шар равна...
- 0,5
 - 0,4
 - 0,6
 - 1
7. В ящике 2 белых и 3 черных шара. Наугад вынимают один из них. Тогда вероятность извлечь белый шар равна...
- 0,5
 - 0,4
 - 0,6
 - 0,8
8. Объединением множеств $A = \{0,1,3,8\}$ и $B = \{3,7,1\}$ является множество...¹
- $C = A \cup B = \{0,1,3,7,8\}$
 - $C = \{0,7,8\}$
 - $C = \{1,3\}$
 - $C = \{7\}$

Промежуточное тестирование

1. Исходом, благоприятствующим событию «выпало нечетное число очков» при подбрасывании игрального кубика, является цифра ...
- 2
 - 1
 - 6
 - 4
2. Из каждой из двух колод вынимают по одной карте. События $A = \{\text{карта из первой колоды красной масти}\}$ и $B = \{\text{карта из второй колоды червовой масти}\}$ являются...
- зависимыми
 - независимыми
 - совместными
 - несовместными
3. Из слова АБРИКОС выбирается наугад одна буква. Вероятность того, что это гласная буква, равна...²

¹ Тест 8 содержится на сайте ФЭПО <http://www.i-fgos.ru>

- a. $\frac{7}{4}$
- b. $\frac{3}{7}$
- c. $\frac{2}{7}$
- d. $\frac{4}{7}$

4. Устройство состоит из трех элементов, работающих независимо. Вероятности безотказной работы этих элементов (в течение рабочего дня) равны соответственно 0,9, 0,8 и 0,7. Тогда вероятность того, что в течение рабочего дня будут работать безотказно все три элемента, равна...

- a. 0,504
- b. 0,56
- c. 0,80
- d. 0,72

5. Из 38 вопросов, предложенных студенту при тестировании, он ответил правильно на 31. Тогда относительная частота неправильных ответов студента равна...

- a. $\frac{31}{38}$
- b. $\frac{7}{38}$
- c. $\frac{38}{31}$
- d. $\frac{38}{7}$

6. Пусть случайная величина X имеет $M(X)=4$, $M(X^2)=25$. Тогда среднеквадратическое отклонение случайной величины X равно...

- a. $\sqrt{29}$
- b. $\sqrt{41}$
- c. $\sqrt{21}$
- d. 3

7. Произведено пять измерений (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 9, 10, 11, 13, 14. Тогда несмещенная оценка математического ожидания равна...

- a. 11,6
- b. 11,4
- c. 11,0
- d. 11,5

8. Законами распределения дискретной случайной величины могут являться следующие соответствия...³

a.

X	1	3	4
p	0,2	0,5	0,3

b.

X	2	3	5
p	0,2	0,1	0,3

c.

X	-1	1	3
p	0,2	0,5	0,6

d.

X	-1	0	1
p	0,8	0,1	0,1

9. Математическое ожидание дискретной случайной величины, заданной законом распределения

X	2	3	4
p	0,2	0,3	0,5

равно...⁴

- a. 3,3
- b. 3,1
- c. 1,1
- d. 3,2

Выходное тестирование

1. Бросают игральную кость один раз. Тогда вероятность того, что на верхней грани выпадет нечетное число очков, равна...

- a. $\frac{1}{6}$
- b. 0,1
- c. $\frac{1}{3}$

³ Тесты 5, 8 содержатся на сайте интернет-тренажеров <http://tt.i-exam.ru>

⁴ Тест 9 содержится на сайте интернет-тренажеров <http://tt.i-exam.ru>

d. $\frac{1}{2}$

2. Игральный кубик бросают дважды. Вероятность того, что на верхней грани выпадет нечетное число очков, большее 2, равна...⁵

a. $\frac{1}{36}$

b. $\frac{1}{9}$

c. $\frac{1}{3}$

d. $\frac{2}{3}$

3. Число различных перестановок из букв слова «зачет», в которых буква «з» стоит на первом месте, а буква «т» на последнем месте, равно...

a. 24

b. 6

c. 120

d. 2

4. Из урны, в которой находятся 6 черных и 4 белых шаров, вынимают одновременно 3 шара. Тогда вероятность того, что все шары будут белыми, равна...

a. $\frac{3}{10}$

b. $\frac{1}{30}$

c. $\frac{2}{3}$

d. $\frac{3}{4}$

5. Устройство состоит из двух независимо работающих элементов. Вероятности их безотказной работы (за время t) равны соответственно 0,9 и 0,8. Тогда вероятность того, что за время t безотказно будет работать только один элемент, равна...

a. 0,25

b. 0,26

c. 0,72

d. 0,80

6. В бригаде каменщиков имеется два звена: в первом звене 4 квалифицированных каменщика и 2 подсобных, во втором звене 3 квалифицированных каменщика и 2 подсобных. Бригадир наугад выбрал одно из

⁵ Тесты 1, 2 содержатся на сайте ФЭПО <http://www.i-fgos.ru>

звеньев, а затем аналогично каменщика. Тогда вероятность того, что этот каменщик оказался квалифицированным...⁶

- a. $\frac{19}{30}$
- b. $\frac{1}{10}$
- c. $\frac{12}{30}$
- d. $\frac{1}{5}$

7. В первой урне 6 черных и 4 белых шара. Во второй урне 2 белых и 18 черных шаров. Из наудачу взятой урны вынули один шар, который оказался белым. Тогда вероятность того, что этот шар извлечен из первой урны, равна ...

- a. 0,25
- b. 0,8
- c. 0,2
- d. 0,4

8. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения

$$\text{вероятностей: } f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ Cx & \text{при } 0 < x < 4, \\ 0 & \text{при } x \geq 4. \end{cases}$$

Тогда значение C равно...

- a. $\frac{1}{16}$
- b. $\frac{1}{8}$
- c. $\frac{1}{4}$
- d. $\frac{1}{2}$

9. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=20$:

x_i	9	10	11
n_i	5	9	6

Тогда несмещенная оценка математического ожидания равна...

- a. 10,5
- b. 10,05
- c. 10,55
- d. 10,0

⁶ Тесты 4-6 содержатся на сайте ФЭПО <http://www.i-fgos.ru>

10. Точечная оценка математического ожидания нормально распределенного количественного признака равна 21,5. Тогда его интервальная оценка может иметь вид...⁷

- a. (20,05; 22,95)
- b. (21,5; 22,95)
- c. (20,85; 21,85)
- d. (20,05; 21,5)

11. Выборочное уравнение парной регрессии имеет вид $y=3,8-1,9x$. Тогда выборочный коэффициент корреляции может быть равен...

- a. 3,8
- b. 0,5
- c. -0,7
- d. 0,7

12. Для вариационного ряда 3 5 6 7 8 медиана равна...

- a. 7
- b. 8
- c. 5
- d. 6

13. Если основная гипотеза $H_0: a=8$, то конкурирующей может быть гипотеза...

- a. $H_1: a>8$
- b. $H_1: a\neq 7$
- c. $H_1: a\leq 8$
- d. $H_1: a\geq 8$

14. Дана выборка объема n . Если каждый элемент выборки увеличить на 5 единиц, то выборочное среднее \bar{X} ...

- a. увеличится на 5 единиц
- b. уменьшится на 5 единиц
- c. не изменится
- d. увеличится на 10 единиц

15. Интервал, в который попадает оцениваемый параметр с заданной надежностью (вероятностью), называется...⁸

- a. доверительным
- b. надежным
- c. критическим
- d. нулевым

Примеры решения задач (пошаговое решение задач с комментариями).

Пример 1.

В урне 3 белых и 5 черных шаров. Из урны вынимают наугад два шара. Найти вероятность того, что эти шары разного цвета.

⁷ Тесты 7-10 содержатся на сайте ФЭПО <http://www.i-fgos.ru>

⁸ Тесты 11-15 содержатся на сайте ФЭПО <http://www.i-fgos.ru>

Решение.

Событие, состоящее в том, что выбранные шары разного цвета произойдет в одном из двух случаев:

1) Первый шар белый (вероятность равна $\frac{3}{8}$), а второй – черный (вероятность равна $\frac{5}{7}$).

2) Первый шар черный (вероятность равна $\frac{5}{8}$), а второй – белый (вероятность равна $\frac{3}{7}$).

$$\text{Окончательно получаем: } p = \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} + \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{15}{28}.$$

Пример 2.

Вероятность хотя бы одного попадания в мишень стрелком при трех выстрелах равна 0,875. Найти вероятность попадания в мишень при одном выстреле.

Решение.

Обозначим p – вероятность попадания стрелком в мишень при одном выстреле, то вероятность промаха при одном выстреле, очевидно, равна $(1 - p)$.

Вероятность трех промахов в трех выстрелах равна $(1 - p)^3$. Эта вероятность равна $1 - 0,875 = 0,125$, т.е. в цель не попадают ни одного раза.

$$\text{Получаем: } (1 - p)^3 = 0,125; \quad 1 - p = 0,5; \quad p = 0,5.$$

Пример 3.

Какова вероятность того, что вытащенная наугад кость домино окажется «дублем», если известно, что сумма очков на этой кости является чётным числом?

Решение.

Пусть события $A = \{\text{вытащенная кость – «дубль»}\}$, $B = \{\text{сумма очков – чётная}\}$. Имеем $P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{7/28}{16/28} = 7/16$. Здесь учтено, что из 28 костей домино 16 костей имеют чётную сумму очков.

Пример 4.

Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго – 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадает только один из стрелков.

Решение.

Обозначим попадание в цель первым стрелком – событие A , вторым – событие B , промах первого стрелка – событие \bar{A} , промах второго – событие \bar{B} .

$$P(A) = 0,7; \quad P(\bar{A}) = 0,3; \quad P(B) = 0,8; \quad P(\bar{B}) = 0,2.$$

Вероятность того, что первый стрелок попадет в мишень, а второй – нет равна $P(A)P(\bar{B}) = 0,7 \cdot 0,2 = 0,14$

Вероятность того, что второй стрелок попадет в цель, а первый – нет равна $P(\bar{A})P(B) = 0,3 \cdot 0,8 = 0,24$

Тогда вероятность попадания в цель только одним стрелком равна $P = 0,14 + 0,24 = 0,38$.

Пример 5.

Трое охотников одновременно выстрелили по медведю, который был убит одной пулей. Определить вероятность того, что медведь был убит первым стрелком, если вероятности попадания для этих стрелков равны соответственно 0,3, 0,4, 0,5.

Решение.

В задаче требуется определить вероятность гипотезы после того, как событие уже свершилось. Для определения искомой вероятности надо воспользоваться формулой Байеса. В нашем случае она имеет вид:

$$P(H_1 / A) = \frac{P(H_1)P(A / H_1)}{P(H_1)P(A / H_1) + P(H_2)P(A / H_2) + P(H_3)P(A / H_3)}$$

В этой формуле H_1, H_2, H_3 – гипотезы, что медведя убьет первый, второй и третий стрелок соответственно. До произведения выстрелов эти гипотезы равновероятны и их вероятность равна $\frac{1}{3}$.

$P(H_1/A)$ – вероятность того, что медведя убил первый стрелок при условии, что выстрелы уже произведены (событие A).

Вероятности того, что медведя убьет первый, второй или третий стрелок, вычисленные до выстрелов, равны соответственно:

$$P(A / H_1) = p_1 q_2 q_3 = 0,3 \cdot 0,6 \cdot 0,5 = 0,09$$

$$P(A / H_2) = q_1 p_2 q_3 = 0,7 \cdot 0,4 \cdot 0,5 = 0,14$$

$$P(A / H_3) = q_1 q_2 p_3 = 0,7 \cdot 0,6 \cdot 0,5 = 0,21$$

Здесь $q_1 = 0,7$; $q_2 = 0,6$; $q_3 = 0,5$ – вероятности промаха для каждого из стрелков, рассчитаны как $q = 1 - p$, где p – вероятности попадания для каждого из стрелков.

Подставим эти значения в формулу Байеса:

$$P(H_1 / A) = \frac{0,09}{0,44} = \frac{9}{44}.$$

Пример 6.

По цели производится 5 выстрелов. Вероятность попадания для каждого выстрела равна 0,4. Найти вероятность того, что в цель попали не менее трех раз.

Решение.

Вероятность не менее трех попаданий складывается из вероятности пяти попаданий, четырех попаданий и трех попаданий.

Т.к. выстрелы независимы, то можно применить формулу Бернулли вероятности того, что в n испытаниях событие с вероятностью p наступает ровно m раз:

$$P_{m,n} = \frac{n!}{m!(n-m)!} p^m (1-p)^{n-m}$$

В случае пяти попаданий из пяти возможных:

$$P_{5,5} = p^5 = 0,4^5 = 0,01024$$

Четыре попадания из пяти выстрелов:

$$P_{4,5} = \frac{5!}{4!1!} p^4 (1-p) = 0,0768$$

Три попадания из пяти:

$$P_{3,5} = \frac{5!}{3!2!} p^3 (1-p)^2 = 0,2304$$

Окончательно, получаем вероятность не менее трех попаданий из пяти выстрелов:

$$P = 0,01204 + 0,0768 + 0,2304 = 0,31744.$$

Пример 7.

Испытывается устройство, состоящее из четырех независимо работающих приборов. Вероятности отказа каждого из приборов равны соответственно $p_1=0,3$; $p_2=0,4$; $p_3=0,5$; $p_4=0,6$. Найти математическое ожидание и дисперсию числа отказавших приборов.

Решение.

Принимая за случайную величину число отказавших приборов, видим что эта случайная величина может принимать значения 0, 1, 2, 3 или 4.

Для составления закона распределения этой случайной величины необходимо определить соответствующие вероятности. Примем $q_i = 1 - p_i$.

1) Не отказал ни один прибор:

$$p(0) = q_1 q_2 q_3 q_4 = 0,7 \cdot 0,4 \cdot 0,5 \cdot 0,4 = 0,084.$$

2) Отказал один из приборов:

$$p(1) = p_1 q_2 q_3 q_4 + q_1 p_2 q_3 q_4 + q_1 q_2 p_3 q_4 + q_1 q_2 q_3 p_4 = 0,302.$$

3) Отказали два прибора:

$$p(2) = p_1 p_2 q_3 q_4 + p_1 q_2 p_3 q_4 + p_1 q_2 q_3 p_4 + q_1 p_2 p_3 q_4 + q_1 p_2 q_3 p_4 + q_1 q_2 p_3 p_4 = 0,38.$$

4) Отказали три прибора:

$$p(3) = p_1 p_2 p_3 q_4 + p_1 p_2 q_3 p_4 + p_1 q_2 p_3 p_4 + q_1 p_2 p_3 p_4 = 0,198.$$

5) Отказали все приборы:

$$p(4) = p_1 p_2 p_3 p_4 = 0,036.$$

Получаем закон распределения:

x	0	1	2	3	4
x^2	0	1	4	9	16
p	0,084	0,302	0,38	0,198	0,036

Математическое ожидание: $M(X) = 0,302 + 2 \cdot 0,38 + 3 \cdot 0,198 + 4 \cdot 0,036 = 1,8$.

$M(X^2) = 0,302 + 4 \cdot 0,38 + 9 \cdot 0,198 + 16 \cdot 0,036 = 4,18$.

Дисперсия: $D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2 = 4,18 - 3,24 = 0,94$.

Пример 8.

Вычислить средние \bar{x} и \bar{y} , исправленные выборочные дисперсии s_x^2 и s_y^2 , выборочный коэффициент корреляции r_e для выборки

x_i	8	10	5	8	9
y_i	1	3	1	2	3

Решение.

Объём выборки $n = 5$. Предварительно вычислим суммы:

$$\Sigma x_i = 8 + 10 + 5 + 8 + 9 = 40, \quad \Sigma y_i = 1 + 3 + 1 + 2 + 3 = 10,$$

$$\Sigma x_i^2 = 8^2 + 10^2 + 5^2 + 8^2 + 9^2 = 334, \quad \Sigma y_i^2 = 1^2 + 3^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 = 24,$$

$$\Sigma x_i y_i = 8 \cdot 1 + 10 \cdot 3 + 5 \cdot 1 + 8 \cdot 2 + 9 \cdot 3 = 86.$$

Затем находим:

$$\bar{x} = \frac{1}{5} \cdot 40 = 8, \quad \bar{y} = \frac{1}{5} \cdot 10 = 2, \quad \overline{x^2} = \frac{1}{5} \cdot 334 = 66,8, \quad \overline{y^2} = \frac{1}{5} \cdot 24, \quad \overline{x \cdot y} = \frac{1}{5} \cdot 86 = 17,2$$

$$s_x^2 = \frac{5}{4} \cdot (66,8 - 8^2) = 3,5, \quad s_y^2 = \frac{5}{4} \cdot (4,8 - 2^2) = 1, \quad r_e = \frac{5}{4} \cdot \frac{17,2 - 8 \cdot 2}{\sqrt{3,5 \cdot 1}} \approx 0,8.$$

11. Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины.

Материально-техническое обеспечение дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» включает в себя следующие средства:

- аудитории для всех видов работ, включая консультации;
- Microsoft office Excel;
- книжный фонд библиотеки и компьютерный класс;
- интерактивная доска.

Для повышения качества подготовки и оценки полученных знаний часть семинарских занятий может проходить в компьютерном классе.

12. Информационное обеспечение учебной дисциплины.

Учебники, монографии, справочники, статьи:

- 1) Фадеева Л.Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие/ Л.Н. Фадеева, А.В. Лебедев. - М.: Эксмо, 2010. – 496 с.
- 2) Горяинова Е.Р. Прикладные методы анализа статистических данных: учебное пособие/ Е.Р. Горяинова, А.Р. Панков, Е.Н. Платонов. - М.: ИД Высшей школы экономики, 2012. – 310 с.
- 3) Орлов А.И. Вероятность и прикладная статистика: основные факты: справочник/ А.И. Орлов. - М.: КНОРУС, 2010. – 192 с.
- 4) Браилов А. В. Лекции по математической статистике: учебное пособие/ А. В. Браилов. – М.: Финакадемия, 2007. – 172 с.
- 5) Вентцель Е. С. Теория вероятностей: учебник/ Е. С. Вентцель. - М.: Высшая школа, 2006. - 575 с.: ил.
- 6) Кельберт М. Я. Вероятность и статистика в примерах и задачах. Т. 1: пер. с англ/ М. Я. Кельберт, Ю. М. Сухов. - М.: Изд-во МЦНМО, 2007. - 256 с.: ил.
- 7) Шведов А. С. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие/ А. С. Шведов. - М.: Изд. дом ГУ ВШЭ, 2005. - 254 с.
- 8) Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика- 2-е изд., перераб. и доп. Учебник - М.: Юнити-Дана, 2004. - 573 с.

Электронные источники:

- 1) Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. - 3-е изд., перераб. и доп. Учебник - М.: Юнити-Дана, 2012. - 551 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.ibooks.ru/>
- 2) Колемаев В.А., Калинина В.Н. Теория вероятностей и математическая статистика. - 2-е изд. Учебник - М.: Юнити-Дана, 2012. - 352 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.ibooks.ru/>
- 3) Лисьев В.П. Теория вероятностей и математическая статистика. - Учебное пособие - М.: Евразийский открытый институт, 2010. - 200 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.ibooks.ru/>

13. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Подготовка к лекциям

Главное в период подготовки к лекционным занятиям - научиться методам самостоятельного умственного труда, сознательно развивать свои творческие способности и овладевать навыками творческой работы. Для этого необходимо строго соблюдать дисциплину учебы и поведения. Четкое планирование своего рабочего времени и отдыха является необходимым условием для успешной самостоятельной работы.

В основу его нужно положить рабочие программы изучаемых в семестре дисциплин. Ежедневной учебной работе студенту следует уделять 9-10 часов своего времени, т.е. при шести часах аудиторных занятий самостоятельной работе необходимо отводить 3-4 часа.

Самостоятельная работа на лекции

Слушание и запись лекций - сложный вид вузовской аудиторной работы. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента. Краткие записи лекций, их конспектирование помогает усвоить учебный материал. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное, основное и сделано это самим студентом.

Не надо стремиться записать дословно всю лекцию. Такое «конспектирование» приносит больше вреда, чем пользы. Запись лекций рекомендуется вести по возможности собственными формулировками. Конспект лекции лучше подразделять на пункты, параграфы, соблюдая красную строку. Этому в большой степени будут способствовать пункты плана лекции, предложенные преподавателям. Принципиальные места, определения, формулы и другое следует сопровождать замечаниями «важно», «особо важно», «хорошо запомнить» и т.п.

Целесообразно разработать собственную «маркографию» (значки, символы), сокращения слов. Не лишним будет и изучение основ стенографии. Работая над конспектом лекций, всегда необходимо использовать не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор.

Подготовка к практическим занятиям

Подготовку к каждому практическому занятию каждый студент должен начать с ознакомления с планом практического занятия, который отражает содержание предложенной темы. Тщательное продумывание и изучение вопросов плана основывается на проработке текущего материала лекции, а затем изучения обязательной и дополнительной литературы, рекомендованной к данной теме. На основе индивидуальных предпочтений студенту необходимо самостоятельно выбрать тему доклада по проблеме практического занятия и по возможности подготовить по нему презентацию. Если программой дисциплины предусмотрено выполнение практического задания, то его необходимо выполнить с учетом предложенной инструкции (устно или письменно). Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса.

Результат такой работы должен проявиться в способности студента свободно ответить на теоретические вопросы практического занятия, его выступлении и участии в коллективном обсуждении вопросов изучаемой темы, правильном выполнении практических заданий и контрольных работ.

Структура занятия В зависимости от содержания и количества отведенного времени на изучение каждой темы практическое занятие может состоять из четырех-пяти частей:

1. Обсуждение теоретических вопросов, определенных программой дисциплины.
2. Доклад и/ или выступление с презентациями по проблеме практического занятия.
3. Обсуждение выступлений по теме - дискуссия.
4. Выполнение практического задания с последующим разбором полученных результатов или обсуждение практического задания, выполненного дома, если это предусмотрено программой.
5. Подведение итогов занятия.

Первая часть - обсуждение теоретических вопросов - проводится в виде фронтальной беседы со всей группой и включает выборочную проверку преподавателем теоретических знаний студентов. Примерная продолжительность — до 15 минут.

Вторая часть — выступление студентов с докладами, которые должны сопровождаться презентациями с целью усиления наглядности восприятия, по одному из вопросов практического занятия. Примерная продолжительность — 20-25 минут.

После докладов следует их обсуждение - дискуссия. В ходе этого этапа практического занятия могут быть заданы уточняющие вопросы к докладчикам. Примерная продолжительность - до 15-20 минут.

Если программой предусмотрено выполнение практического задания в рамках конкретной темы, то преподавателями определяется его содержание и дается время на его выполнение, а затем идет обсуждение результатов. Если практическое задание должно было быть выполнено дома, то на практическом занятии преподаватель проверяет его выполнение (устно или письменно). Примерная продолжительность - 15-20 минут.

Подведением итогов заканчивается практическое занятие. Студентам должны быть объявлены оценки за работу и даны их четкие обоснования. Примерная продолжительность — 5 минут.

Работа с литературными источниками В процессе подготовки к практическим занятиям, студентам необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной учебно-методической (а также научной и популярной) литературы. Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и Интернета, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более

глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у студентов свое отношение к конкретной проблеме.

Более глубокому раскрытию вопросов способствует знакомство с дополнительной литературой, рекомендованной преподавателем по каждой теме практического или практического занятия, что позволяет студентам проявить свою индивидуальность в рамках выступления на данных занятиях, выявить широкий спектр мнений по изучаемой проблеме.

Подготовка презентации и доклада

Для подготовки презентации рекомендуется использовать: PowerPoint, MS Word, Acrobat Reader. Самая простая программа для создания презентаций - Microsoft PowerPoint.

Для подготовки презентации необходимо собрать и обработать начальную информацию. Последовательность подготовки презентации:

1. Четко сформулировать цель презентации: вы хотите свою аудиторию мотивировать, убедить, заразить какой-то идеей или просто формально отчитаться.
2. Определить каков будет формат презентации: живое выступление (тогда, сколько будет его продолжительность) или электронная рассылка (каков будет контекст презентации).
3. Отобрать всю содержательную часть для презентации и выстроить логическую цепочку представления.
4. Определить ключевые моменты в содержании текста и выделить их.
5. Определить виды визуализации (картинки) для отображения их на слайдах в соответствии с логикой, целью и спецификой материала.
6. Подобрать дизайн и форматировать слайды (количество картинок и текста, их расположение, цвет и размер).
7. Проверить визуальное восприятие презентации.

К видам визуализации относятся иллюстрации, образы, диаграммы, таблицы. **Иллюстрация** - представление реально существующего зрительного ряда. **Образы** - в отличие от иллюстраций - метафора. Их назначение - вызвать эмоцию и создать отношение к ней, воздействовать на аудиторию. С помощью хорошо продуманных и представляемых образов, информация может надолго остаться в памяти человека. **Диаграмма** - визуализация количественных и качественных связей. Их используют для убедительной демонстрации данных, для пространственного мышления в дополнение к логическому. **Таблица** - конкретный, наглядный и точный показ данных. Ее основное назначение - структурировать информацию, что порой облегчает восприятие данных аудиторией.

Практические советы по подготовке презентации

- готовьте отдельно: печатный текст + слайды + раздаточный материал;
- слайды - визуальная подача информации, которая должна содержать минимум текста, максимум изображений, несущих смысловую нагрузку, выглядеть наглядно и просто;

- текстовое содержание презентации - устная речь или чтение, которая должна включать аргументы, факты, доказательства и эмоции;

- обязательная информация для презентации: тема, фамилия и инициалы выступающего; план сообщения; краткие выводы из всего сказанного; список использованных источников;

- раздаточный материал - должен обеспечивать ту же глубину и охват, что и живое выступление: люди больше доверяют тому, что они могут унести с собой, чем исчезающим изображениям, слова и слайды забываются, а раздаточный материал остается постоянным осязаемым напоминанием; раздаточный материал важно раздавать в конце презентации; раздаточный материалы должны отличаться от слайдов, должны быть более информативными.

Тема доклада должна быть согласованна с преподавателем и соответствовать теме учебного занятия. Материалы при его подготовке, должны соответствовать научно-методическим требованиям вуза и быть указаны в докладе. Необходимо соблюдать регламент, оговоренный при получении задания. Иллюстрации должны быть достаточными, но не чрезмерными.

Работа студента над докладом-презентацией включает отработку умения самостоятельно обобщать материал и делать выводы в заключении, умения ориентироваться в материале и отвечать на дополнительные вопросы слушателей, отработку навыков ораторства, умения проводить диспут.

Докладчики должны знать и уметь: сообщать новую информацию; использовать технические средства; хорошо ориентироваться в теме всего практического занятия; дискутировать и быстро отвечать на заданные вопросы; четко выполнять установленный регламент (не более 10 минут); иметь представление о композиционной структуре доклада и др.

Структура выступления

Вступление помогает обеспечить успех выступления по любой тематике. Вступление должно содержать: название, сообщение основной идеи, современную оценку предмета изложения, краткое перечисление рассматриваемых вопросов, живую интересную форму изложения, акцентирование внимания на важных моментах, оригинальность подхода.

Основная часть, в которой выступающий должен глубоко раскрыть суть затронутой темы, обычно строится по принципу отчета. Задача основной части - представить достаточно данных для того, чтобы слушатели заинтересовались темой и захотели ознакомиться с материалами. При этом логическая структура теоретического блока не должны даваться без наглядных пособий, аудио-визуальных и визуальных материалов.

Заключение - ясное, четкое обобщение и краткие выводы, которых всегда ждут слушатели.

Подготовка реферата

Реферат - письменный доклад по определенной теме, в котором собрана информация из одного или нескольких источников. Рефераты пишутся обычно стандартным языком, с использованием типологизированных речевых оборотов

вроде: «важное значение имеет», «уделяется особое внимание», «поднимается вопрос», «делаем следующие выводы», «исследуемая проблема», «освещаемый вопрос» и т.п.

К языковым и стилистическим особенностям рефератов относятся слова и обороты речи, носящие обобщающий характер, словесные клише. У рефератов особая логичность подачи материала и изъяснения мысли, определенная объективность изложения материала.

Реферат не копирует дословно содержание первоисточника, а представляет собой новый вторичный текст, создаваемый в результате систематизации и обобщения материала первоисточника, его аналитико-синтетической переработки.

Будучи вторичным текстом, реферат составляется в соответствии со всеми требованиями, предъявляемыми к связанному высказыванию: так ему присущи следующие категории: оптимальное соотношение и завершенность (смысловая и жанрово-композиционная). Для реферата отбирается информация, объективно-ценная для всех читающих, а не только для одного автора. Автор реферата не может пользоваться только ему понятными значками, пометами, сокращениями.

Работа, проводимая автором для подготовки реферата должна обязательно включать самостоятельное мини-исследование, осуществляемое студентом на материале или художественных текстов по литературе, или архивных первоисточников по истории и т.п.

Организация и описание исследования представляет собой очень сложный вид интеллектуальной деятельности, требующий культуры научного мышления, знания методики проведения исследования, навыков оформления научного труда и т.д. Мини-исследование раскрывается в реферате после глубокого, полного обзора научной литературы по проблеме исследования.

В зависимости от количества реферируемых источников выделяют следующие виды рефератов:

- **монографические** - рефераты, написанные на основе одного источника;
- **обзорные** - рефераты, созданные на основе нескольких исходных текстов, объединенных общей темой и сходными проблемами исследования.

Структура реферата

1. Титульный лист
2. Оглавление
3. Введение
4. Основная часть
5. Заключение
6. Список использованной литературы
7. Приложения

Подготовка эссе

Эссе - вид самостоятельной исследовательской работы студентов, с целью углубления и закрепления теоретических знаний и освоения практических

навыков. Цель эссе состоит в развитии самостоятельного творческого мышления и письменного изложения собственных мыслей.

В зависимости от темы формы эссе могут быть различными. Это может быть анализ имеющихся статистических данных по изучаемой проблеме, анализ материалов из средств массовой информации и подробный разбор проблемной ситуации с развернутыми мнениями, подбором и детальным анализом примеров, иллюстрирующих проблему и т.п.

В процессе выполнения эссе студенту предстоит выполнить следующие виды работ: составить план эссе; отобрать источники, собрать и проанализировать информацию по проблеме; систематизировать и проанализировать собранную информацию по проблеме; представить проведенный анализ с собственными выводами и предложениями.

Эссе выполняется студентом под руководством преподавателя кафедры самостоятельно. Тему эссе студент выбирает из предлагаемого примерного перечня и для каждого студента она должна быть индивидуальной (темы в одной группе совпадать не могут).

Структура эссе

1. Титульный лист.
2. План.
3. Введение с обоснованием выбора темы.
4. Текстовое изложение материала (основная часть).
5. Заключение с выводами по всей работе.
6. Список использованной литературы.

Титульный лист является первой страницей и заполняется по строго определенным правилам.

Введение (вводная часть) - суть и обоснование выбора данной темы, состоит из ряда компонентов, связанных логически и стилистически. На этом этапе очень важно правильно сформулировать вопрос, на который Вы собираетесь найти ответ в ходе своего исследования. При работе над введением могут помочь ответы на следующие вопросы:

1. Надо ли давать определения терминам, прозвучавшим в теме эссе?
2. Почему тема, которую я раскрываю, является важной в настоящий момент?
3. Какие понятия будут вовлечены в мои рассуждения по теме?
4. Могу ли я разделить тему на несколько составных частей?

Таким образом, в вводной части автор определяет проблему и показывает умение выявлять причинно-следственные связи, отражая их в методологии решения поставленной проблемы через систему целей, задач и т.д.

Текстовое изложение материала (основная часть) - теоретические основы выбранной проблемы и изложение основного вопроса. Данная часть предполагает развитие аргументации и анализа, а также обоснование их, исходя из имеющихся данных, других аргументов и позиций по этому вопросу. В этом заключается основное содержание эссе и это представляет главную трудность при его написании. Поэтому большое значение имеют подзаголовки, на основе которых

осуществляется выстраивание аргументации; именно здесь необходимо обосновать (логически, используя данные и строгие рассуждения) предлагаемую аргументацию/анализ. В качестве аналитического инструмента можно использовать графики, диаграммы и таблицы там, где это необходимо. Традиционно в научном познании анализ может проводиться с использованием следующих категорий: причина - следствие, общее - особенное, форма - содержание, часть - целое, постоянство - изменчивость.

В процессе построения эссе надо помнить, что один параграф должен содержать только одно утверждение и соответствующее доказательство, подкрепленное графическим или иллюстративным материалом. Следовательно, наполняя разделы содержанием аргументации (а это должно найти отражение в подзаголовках), в пределах параграфа необходимо ограничить себя рассмотрением одной главной мысли.

Хорошо проверенный способ построения любого эссе - использование подзаголовков для обозначения ключевых моментов аргументированного изложения: это помогает посмотреть на то, что предполагается сделать и ответить на вопрос, хорош ли замысел. При этом последовательность подзаголовков свидетельствует также о наличии или отсутствии логики в освещении темы эссе.

Таким образом, основная часть - рассуждение и аргументация, В этой части необходимо представить релевантные теме концепции, суждения и точки зрения, привести основные аргументы "за" и "против" них, сформулировать свою позицию и аргументировать ее.

Заключение (заключительная часть) - обобщения и аргументированные выводы по теме эссе с указанием области ее применения и т.д. Оно подытоживает эссе или еще раз вносит пояснения, подкрепляет смысл и значение изложенного в основной части. Методы, рекомендуемые для составления заключения: повторение, иллюстрация, цитата, утверждение. Заключение может содержать такой очень важный, дополняющий эссе элемент, как указание на применение исследования, не исключая взаимосвязи с другими проблемами.

Таким образом, в заключительной части эссе должны быть сформулированы выводы и определено их приложение к практической области деятельности.

Список использованной литературы составляет одну из частей работы, отражающей самостоятельную творческую работу автора и позволяющей судить о степени фундаментальности данной работы. При составлении списка литературы в перечень включаются только те источники, которые действительно были использованы при подготовке эссе. Список использованной литературы составляется строго в алфавитном порядке в следующей последовательности: законы РФ и другие официальные материалы (указы, постановления, решения министерств и ведомств); печатные работы (книги, монографии, сборники); периодика; Интернет- сайты. По возможности список должен содержать современную литературу по теме. Общее оформление списка использованной литературы для эссе аналогично оформлению списка использованной литературы для реферата.

Приложения могут включать иллюстративный материал (схемы, диаграммы, рисунки, таблицы и др.). При этом приложения являются продолжением самой работы, т.е. на них продолжается сквозная нумерация, но в общем объеме эссе они не учитываются.