

Негосударственное частное образовательное учреждение
высшего образования
"Алтайский экономико-юридический институт"
Кафедра экономических дисциплин

УТВЕРЖДАЮ
Ректор Алтайского экономико-
юридического института
В.И. Степанов
"24" апреля 2016 г.



Рабочая программа по дисциплине

Математика

для направления 38.03.04 Государственное и муниципальное управление
(программа академического бакалавриата)

Профиль подготовки

"Государственная и муниципальная служба"

Барнаул 2016

Оглавление

1. Цели и задачи дисциплины.....	3
2. Место дисциплины в структуре ООП, требования к знаниям, умениям и навыкам студента	4
3. Учебно-тематический план дисциплины (с указанием общей трудоемкости и количеством часов, отводимых на различные разделы и виды учебной деятельности)	5
4. Содержание дисциплины.....	6
5. Результаты освоения учебной дисциплины.....	11
6. Планы практических занятий	15
7. Образовательные технологии, используемые в преподавании дисциплины.	40
8. Критерии оценки результатов обучения	41
9. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов освоения программы дисциплины.....	42
10. Комплект оценочных средств по дисциплине	44
11. Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины.	74
12. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины ..	75
13. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины..	75

1. Цели и задачи дисциплины

Целью преподавания курса математики является формирование у обучающихся представлений о месте и роли математики в современном мире, повышение уровня фундаментальной подготовки, готовность студентов к использованию математических методов в учебной и профессиональной деятельности.

Фундаментальность математической подготовки включает в себя достаточную общность математических понятий и конструкций, обеспечивающую широкий спектр их применимости, разумную точность формулировок математических свойств изучаемых объектов, логическую строгость изложения математики, опирающуюся на адекватный современный математический язык.

К основным **задачам** курса относятся:

- воспитание достаточно высокой математической культуры;
- развитие у студентов логического и алгоритмического мышления;
- освоение основных методов математики, готовность их использовать в профессиональной деятельности.

Математическая культура включает в себя ясное понимание необходимости математического образования, в том числе выработку представления о роли и месте математики в современной цивилизации и мировой культуре, умение логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами, грамотно использовать математические понятия и символы.

Развитие логического и алгоритмического мышления необходимо для овладения основными специальными дисциплинами направления и играет решающую роль в системе профессиональной подготовки специалистов.

2. Место дисциплины в структуре ООП, требования к знаниям, умениям и навыкам студента

Дисциплина «Математика» относится к базовой части Блока 1 программы бакалавриата, согласно ФГОС ВО. Имеются тесные логические связи с другими дисциплинами математической направленности, включёнными в учебный план направления 38.03.04 – «Государственное и муниципальное управление»: «Статистика», «Концепции современного естествознания», «Методы принятия управленческих решений», «Основы моделирования социально-экономических процессов».

Для успешного освоения дисциплины «Математика» необходимы знания, умения, навыки, полученные при изучении школьного курса математики.

Навыки использования языка математики, основные понятия и методы линейной алгебры, аналитической геометрии необходимы для изучения большинства дисциплин как естественнонаучного, так и профессионального циклов.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

Код компетенции	Компетенция
ПК 22	умением оценивать соотношение планируемого результата и затрачиваемых ресурсов

В результате освоения дисциплины студент должен:

Знать:

- основы алгебры и геометрии;
- основы математического анализа.

Уметь:

- решать типовые математические задачи;
- использовать математический язык и математическую символику.

Владеть:

- математическими методами решения типовых задач.

3. Учебно-тематический план дисциплины (с указанием общей трудоемкости и количеством часов, отводимых на различные разделы и виды учебной деятельности)

Общая трудоемкость дисциплины – **5 зачетных единиц (180 часов).**

№ п/п	Раздел (тема) учебной дисциплины	Виды учебной деятельности, и трудоемкость (в часах)					Контактная работа с преподавателем
		Лекции	Практические занятия (семинары)	СРС	Контроль	Всего часов	
1	Раздел 1. Линейная алгебра.	6	10	12	5	33	16
2	Раздел 2. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии.	6	10	12	5	33	16
3	Раздел 3. Элементы математического анализа.	6	10	12	5	33	16
4	Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций одной переменной и нескольких переменных.	6	10	12	5	33	16
5	Раздел 5. Интегральное исчисление.	12	12	17	7	48	24
	Итого:	36	52	65	27	180	88
	Форма промежуточной аттестации - экзамен						

4. Содержание дисциплины.

Раздел 1. Линейная алгебра.

Тема 1. Матрицы, определители и их свойства.

Информативная лекция.

Матрицы. Общие понятия. Операции над матрицами. Критерий умножений матриц.

Определители квадратных матриц. Минор и алгебраическое дополнение элемента определителя. Определители 2-го и 3-го порядка. Способы вычисления определителя 3-го порядка. Основные свойства определителей 3-го порядка.

Обратная матрица. Теорема о существовании и единственности обратной матрицы.

Ранг матрицы и его вычисление с помощью элементарных преобразований.

Тема 2. Системы линейных алгебраических уравнений. Правило Крамера. Матричный способ решения систем. Метод Гаусса.

Информативная лекция.

Общая теория систем линейных алгебраических уравнений.

Решение систем линейных уравнений по правилу Крамера: решение системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными; решение системы трех линейных уравнений с тремя неизвестными. Решение и исследование однородной системы трех линейных уравнений с тремя неизвестными.

Решение системы трех линейных уравнений с тремя неизвестными матричным способом.

Метод Гаусса для решения определенных и неопределенных систем. Теорема Кронекера-Капелли.

Однородные системы линейных уравнений. Ненулевые решения. Условия существования ненулевого решения однородных систем линейных уравнений.

Раздел 2. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии.

Тема 3. Векторы и действия с ними. Базис векторного пространства. Скалярное произведение.

Информативная лекция.

Понятие вектора. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость векторов.

Базис на плоскости и в пространстве. Разложение вектора по базису. Линейные операции над векторами в координатах.

Проекция вектора на ось. Свойства проекций векторов на ось. Проекция вектора на оси координат.

Модуль вектора, направляющие косинусы вектора.

Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения. Скалярное произведение векторов в координатной форме. Примеры.

Тема 4. Векторное и смешанное произведения векторов.

Лекция с заранее запланированными ошибками.

Векторное произведение двух векторов. Свойства векторного произведения. Векторное произведение в координатной форме. Примеры.

Смешанное произведение трех векторов. Свойства смешанного произведения векторов. Смешанное произведение в координатной форме. Примеры.

Приложение векторного и смешанного произведения.

Тема 5. Плоскость и прямая в пространстве.

Лекция-беседа.

Понятие об уравнениях поверхности и линии в пространстве.

Теорема о плоскости. Плоскость в пространстве: общее уравнение плоскости; уравнение плоскости, проходящей через три данные точки; уравнение плоскости, проходящей через точку и имеющей нормальный вектор.

Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение плоскостей.

Прямая в пространстве: общее уравнение прямой как пересечение двух плоскостей; параметрическое уравнение прямой; каноническое уравнение прямой; уравнение прямой, проходящей через две данные точки.

Взаимное расположение прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости. Примеры.

Тема 6. Прямая на плоскости.

Информативная лекция.

Уравнения линий на плоскости. Угловой коэффициент прямой. Прямая на плоскости: уравнения прямой с угловым коэффициентом; общее уравнение прямой; уравнение пучка прямых; уравнение прямой, проходящей через две данные точки; параметрическое уравнение прямой; каноническое уравнение прямой; уравнение прямой в отрезках.

Угол между двумя прямыми. Взаимное расположение прямых. Расстояние от точки до прямой.

Раздел 3. Элементы математического анализа.

Тема 7. Предел последовательности, предел функции. Понятие бесконечно малых и бесконечно больших функций.

Информативная лекция.

Предел последовательности. Примеры. Ограниченные и неограниченные последовательности. Монотонные последовательности.

Предел функции. Основные виды неопределенностей. Раскрытие неопределенностей при вычислении пределов последовательностей и функций.

Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Их связь.

Тема 8. Свойства бесконечно малых функций и свойства пределов.

Лекция с заранее запланированными ошибками.

Основные теоремы о пределах. Признаки существования пределов.

Свойства бесконечно малых функций. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентность бесконечно малых функций.

Первый и второй замечательные пределы. Следствия из первого и второго замечательного пределов.

Тема 9. Непрерывность и точки разрыва функций.

Проблемная лекция.

Непрерывность функции в точке. Свойства непрерывных функций в точке. Непрерывность основных элементарных функций.

Точки разрыва. Классификация точек разрыва.

Непрерывность функции на интервале и на отрезке. Непрерывность элементарных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

Точки разрыва первого и второго рода. Исследование функций на непрерывность и схематичное построение графиков вблизи точек разрыва.

Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций одной переменной и нескольких переменных.

Тема 10, 11. Производная функции одной независимой переменной. Таблица производных и правила дифференцирования. Геометрический смысл производной, дифференциал функции.

Информативная лекция.

Задачи, приводящие к понятию производной: задача о касательной (геометрический смысл производной).

Производная функции. Правила дифференцирования основных элементарных функций. Правила дифференцирования функции одной независимой переменной.

Производная сложной функции. Логарифмическое дифференцирование. Производная неявно заданной функции. Производная обратной функции.

Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала. Свойства дифференциала функции.

Тема 12. Исследование поведения функции и построение графика с помощью производной.

Информативная лекция.

Интервалы возрастания и убывания функций. Точки экстремума (максимума и минимума). Критические точки. Первый достаточный признак существования экстремума. Второй достаточный признак существования экстремума.

Выпуклость и вогнутость кривой. Точки перегиба. Необходимый и достаточный признак существования точки перегиба.

Асимптоты графика функции (вертикальные и наклонные).

Общая схема исследования поведения функции и построение ее графика.

Тема 13. Понятие функции многих переменных. Частные производные. Полный дифференциал.

Лекция с разбором конкретных ситуаций.

Функции многих переменных. Основные понятия. Производные и дифференциалы функций нескольких переменных. Полное приращение и полный дифференциал. Геометрический смысл полного дифференциала. Приближенные вычисления с помощью полного дифференциала.

Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
 Частные производные высших порядков.
 Экстремум функции нескольких переменных.

Раздел 5. Интегральное исчисление.

Тема 14. Первообразная функции. Неопределенный интеграл и его свойства. Интегрирование «по частям».

Информативная лекция.

Первообразная функция. Неопределенный интеграл.
 Основные свойства неопределенного интеграла.
 Таблица основных интегралов.

Методы интегрирования: непосредственное интегрирование; способ подстановки (замены переменных); интегрирование «по частям».

Теорема о замене переменной в неопределенном интеграле.

Теорема об интегрировании «по частям» в неопределенном интеграле.
 Выбор обозначений для данного интеграла. Рекуррентные формулы.

Тема 15. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование тригонометрических выражений.

Лекция-беседа.

Интегрирование рациональных дробей. Выделение целой части в неправильных дробях. Наибольший общий делитель многочленов. Теорема о разложении правильной рациональной дроби в сумму простейших дробей. Примеры.

Интегрирование рациональных дробей, содержащих квадратный трехчлен.

Интегрирование некоторых тригонометрических функций. Основная тригонометрическая подстановка. Интегрирование тригонометрических функций, содержащих четные и нечетные степени.

Тема 16. Определенный интеграл. Геометрический и физический смысл. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменных в определенном интеграле.

Информативная лекция.

Интегральные суммы и определенный интеграл. Ограниченность интегрируемых функций. Интегрируемость непрерывных и монотонных функций.

Теорема о среднем значении в определенном интеграле.

Интегрируемость кусочно-непрерывных функций.

Основные свойства определенного интеграла. Вычисление определенного интеграла. Интеграл по переменному верхнему пределу. Формула Ньютона-Лейбница.

Замена переменных в определенном интеграле. Теорема о замене переменной в определенном интеграле.

Интегрирование «по частям». Теорема об интегрировании «по частям» в определенном интеграле.

Тема 17. Геометрические приложения определенного интеграла.

Проблемная лекция.

Мера замкнутого множества.

Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление площадей плоских фигур. Правильные области интегрирования.

Параметрическая и полярная системы координат. Вычисление площади фигуры в параметрической и полярной системе координат.

Вычисление длины дуги в декартовой, параметрической и полярной системе координат.

Вычисление площади поверхности вращения.

5. Результаты освоения учебной дисциплины

	Наименование раздела	Компетенции	Результат освоения
1	Линейная алгебра.	ОК – 4	<p>Знать: свойства определителей; правила действий с матрицами; методы решения систем линейных уравнений; понятие ранга матрицы.</p> <p>Уметь: вычислять определители 2 и 3 порядков; выполнять операции с матрицами, вычислять ранг; находить общее решение системы линейных уравнений.</p> <p>Владеть: методами вычисления определителей; методами вычисления обратной матрицы и ранга матрицы; методами Крамера, Гаусса.</p>

2	Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии.	ОК – 4	<p>Знать: определения модуля вектора, направляющих косинусов, координатную запись, понятия скалярного, векторного и смешанного произведения; координатный метод, понятие уравнения линии и поверхности; уравнения прямой (на плоскости и в пространстве), плоскости.</p> <p>Уметь: выполнять линейные операции с векторами в координатной форме; решать простейшие задачи на составление уравнения прямой на плоскости и в пространстве и уравнения плоскости; определять взаимное расположение прямых, плоскостей, прямой и плоскости и решать основные задачи.</p> <p>Владеть: методами определения коллинеарности, перпендикулярности и компланарности векторов; методами применения векторов для решения простейших геометрических и механических задач; методами применения векторной алгебры для решения задач на составление уравнения прямой на плоскости и в пространстве и уравнения плоскости.</p>
---	---	--------	--

3	Элементы математического анализа.	ОК – 4	<p>Знать: определения предела функции в точке, предела последовательности; определения непрерывной функции, виды точек разрыва; формулы замечательных пределов, основные эквивалентности бесконечно малых функций.</p> <p>Уметь: вычислять пределы, избавляться от неопределенностей; применять первый и второй замечательные пределы к вычислению пределов; применять эквивалентные бесконечно малые и бесконечно большие функции к вычислению пределов; определять наличие и род точек разрыва функции.</p> <p>Владеть: методами вычисления пределов, в частности избавления от неопределенностей; методами исследования функции на непрерывность.</p>
4	Дифференциальное исчисление функций одной и нескольких переменных.	ОК – 4	<p>Знать: определение производной и правила дифференцирования; формулы табличных производных; правила дифференцирования; геометрический и механический смысл производной; правило Лопиталю; определение функции многих переменных, градиент и экстремум функции многих переменных.</p> <p>Уметь: находить производную функции, заданную аналитически явно; находить производную, используя предварительное логарифмирование; находить</p>

			<p>производные высших порядков; применять производную к исследованию функции на монотонность, на экстремум, на выпуклость и вогнутость; вычислять дифференциал, градиент функции многих переменных, находить экстремумы функции многих переменных.</p> <p>Владеть: основными методами дифференцирования; методами исследования поведения функции по первой и второй производной; методами отыскания экстремумов ФМП.</p>
5	Интегральное исчисление.	ОК – 4	<p>Знать: понятие первообразной и неопределенного интеграла; определение и геометрический смысл определенного интеграла, формулу Ньютона-Лейбница.</p> <p>Уметь: интегрировать рациональные, иррациональные, тригонометрические выражения; вычислять определенный интеграл.</p> <p>Владеть: основными методами интегрирования; методами вычисления площади с помощью определенного интеграла.</p>

6. Планы практических занятий

ЗАНЯТИЕ 1.

Тема: Матрицы, определители и их свойства.

1. Действия с матрицами.
2. Вычисление определителей малых порядков.
3. Вычисление обратной матрицы.
4. Вычисление ранга матрицы.

Практические задания.

1) Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Найти матрицу $2A - 3B$.

2) Умножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

3) Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -2 \\ 3 & 0 & 2 \end{vmatrix}$.

4) Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$, найти A^3 .

5) Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$ найти обратную матрицу и сделать проверку.

6) Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ найти обратную матрицу.

7) Найти ранг матрицы: $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 0 \\ -4 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Основная литература:

- 1) Малугин В.А. Математика для экономистов: Линейная алгебра: учебное пособие/ В.А. Малугин - М.: Эксмо, 2006. – 224 с.
- 2) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н.Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.
- 3) Романников А.Н., Теплов С.Е. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2011.– 272 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

Дополнительная литература:

1) Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие/ В. Л. Ключин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 448 с.

2) Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 575 с.

3) Малыхин В. И. Высшая математика: учебное пособие/ В. И. Малыхин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 365 с.

4) Конспект лекций и задачи по курсу "Высшая математика". Часть первая: учебное пособие/ под ред. В. В. Лебедева. - М.: НВТ-Дизайн, 2006. - 96 с.

5) Общий курс высшей математики для экономистов: учебник/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 656 с.

ЗАНЯТИЕ 2.

Тема: Системы линейных алгебраических уравнений.

1. Решение систем линейных уравнений матричным методом.
2. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.
3. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.

Практические задания:

1) Решить матричным методом систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} -2x - y + z = 6 \\ x + y - 2z = -5 \\ -x + 2y + z = 1 \end{cases}$$

2) Методом Крамера решить систему линейных уравнений и сделать проверку:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 4, \\ 3x - 5y + 3z = 1, \\ 2x + 7y - z = 8. \end{cases}$$

3) Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -3 \\ 7x_1 + x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

4) Найти ненулевые решения однородной системы, если они есть:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_5 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 3x_5 = 0 \end{cases}$$

Основная литература:

1) Малугин В.А. Математика для экономистов: Линейная алгебра: учебное пособие/ В.А. Малугин - М.: Эксмо, 2006. – 224 с.

2) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н.Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.

3) Романников А.Н., Теплов С.Е. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2011. – 272 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

Дополнительная литература:

1) Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие/ В. Л. Ключин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 448 с.

2) Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 575 с.

3) Малыхин В. И. Высшая математика: учебное пособие/ В. И. Малыхин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 365 с.

4) Кузнецова Т.А., Мироненко Е.С., Розанова С.А., Сирота А.И. и др. Высшая математика. - М.: Физматлит, 2009. – 168с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

5) Общий курс высшей математики для экономистов: учебник/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 656 с.

ЗАНЯТИЕ 3.

Тема: Векторы и действия с ними. Проекция вектора. Скалярное произведение.

1. Линейные операции над векторами.
2. Базис.
3. Проекция вектора. Координаты точек.
4. Координаты вектора.
5. Длина и направляющие косинусы вектора.
6. Скалярное произведение векторов.

Практические задания:

1) Даны точки: $A_1(5, 2, 0)$, $A_2(2, 5, 0)$, $A_3(1, 2, 4)$. Найти координаты вектора $2\overrightarrow{A_1A_3} - 3\overrightarrow{A_3A_2}$.

2) Установить, образуют ли векторы $\overrightarrow{a_1} = \{-2, 4, 2\}$, $\overrightarrow{a_2} = \{-1, 2, 2\}$, $\overrightarrow{a_3} = \{-1, 1, 1\}$ базис на множестве всех векторов.

3) Даны точки $A_1(9, 5, 5)$, $A_2(-3, 7, 1)$. Найти:

а) координаты и длину вектора $\overrightarrow{A_1A_2}$;

б) направляющие косинусы вектора $\overrightarrow{A_1A_2}$.

4) Коллинеарны ли векторы $\vec{a} + 2\vec{b}$ и $3\vec{a} - \vec{b}$, если $\vec{a} = \{1; 0; 1\}$, $\vec{b} = \{-2; 3; 5\}$?

5) Вычислить $\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{a} + \vec{b})$, если $\vec{a} = -6\vec{i} + 5\vec{k}$, $\vec{b} = \{5; \sqrt{3}; 6\}$.

6) Найти угол между векторами \vec{a} и \vec{b} , если $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$,
 $\vec{b} = 4\vec{i} + 5\vec{j} - 3\vec{k}$.

7) Найти скалярное произведение $(3\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (5\vec{a} - 6\vec{b})$, если
 $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 6$, $\vec{a} \wedge \vec{b} = \pi/3$.

Основная литература:

1) Малугин В.А. Математика для экономистов: Линейная алгебра: учебное пособие/ В.А. Малугин - М.: Эксмо, 2006. – 224 с.

2) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н.Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.

3) Романников А.Н., Теплов С.Е. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2011.– 272 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

Дополнительная литература:

1) Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие/ В. Л. Ключин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 448 с.

2) Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 575 с.

3) Малыхин В. И. Высшая математика: учебное пособие/ В. И. Малыхин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 365 с.

4) Кузнецова Т.А., Мироненко Е.С., Розанова С.А., Сирота А.И. и др. Высшая математика. - М.: Физматлит, 2009. – 168с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

5) Общий курс высшей математики для экономистов: учебник/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 656 с.

ЗАНЯТИЕ 4.

Тема: Векторное и смешанное произведения векторов.

1. Вычисление векторного произведения.
2. Вычисление смешанного произведения.
3. Геометрическое приложение векторного произведения.
4. Геометрическое приложение смешанного произведения.

Практические задания:

1) Найти векторное произведение векторов $\vec{a} = 2\vec{i} + 5\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$.

2) Для точек $A_1(0;7;1)$, $A_2(4;1;5)$, $A_3(4;6;3)$, $A_4(3;9;8)$. Найти:

а) $S_{\Delta A_1 A_2 A_3}$;

б) $V_{A_1 A_2 A_3 A_4}$.

3) Доказать, что векторы $\vec{a} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - 4\vec{k}$, $\vec{b} = -\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} - 2\vec{k}$ компланарны.

4) Даны $A_1(7, 2, 4)$, $A_2(7, -1, -2)$, $A_3(3, 3, 1)$, $A_4(-4, 2, -1)$.

Найти:

а) площадь грани $A_1A_2A_3$; б) объём пирамиды $A_1A_2A_3A_4$.

Основная литература:

1) Малугин В.А. Математика для экономистов: Линейная алгебра: учебное пособие/ В.А. Малугин - М.: Эксмо, 2006. – 224 с.

2) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н.Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.

3) Романников А.Н., Теплов С.Е. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2011.– 272 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

Дополнительная литература:

1) Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие/ В. Л. Ключин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 448 с.

2) Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 575 с.

3) Малыхин В. И. Высшая математика: учебное пособие/ В. И. Малыхин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 365 с.

4) Кузнецова Т.А., Мироненко Е.С., Розанова С.А., Сирота А.И. и др. Высшая математика. - М.: Физматлит, 2009. – 168с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

5) Общий курс высшей математики для экономистов: учебник/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 656 с.

ЗАНЯТИЕ 5.

Тема: Плоскость и прямая в пространстве.

1. Нахождение уравнений прямой в пространстве.
2. Нахождение уравнений плоскости в пространстве.
3. Смешанные задачи на прямую и плоскость.

Практические задания:

1) Составить уравнение прямой, проходящей через точки $A(1,0,2)$, $B(-5,-9,1)$.

2) Составить уравнение плоскости, проходящей через точки: $A(1,2,0)$, $B(1,-1,2)$, $C(0,1,-1)$.

3) Найти уравнение плоскости, зная, что точка $P(4,-3,12)$ – основание перпендикуляра, опущенного из начала координат на эту плоскость.

4) Найти уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2,-1,4)$ и $B(3,2,-1)$ перпендикулярно плоскости $x + y + 2z - 3 = 0$.

5) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-1,0,3)$, параллельной плоскости $2x - y + 3z + 5 = 0$.

Основная литература:

1) Малугин В.А. Математика для экономистов: Линейная алгебра: учебное пособие/ В.А. Малугин - М.: Эксмо, 2006. – 224 с.

2) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н.Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.

3) Романников А.Н., Теплов С.Е. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2011.– 272 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

Дополнительная литература:

1) Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие/ В. Л. Ключин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 448 с.

2) Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 575 с.

3) Малыхин В. И. Высшая математика: учебное пособие/ В. И. Малыхин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 365 с.

4) Кузнецова Т.А., Мироненко Е.С., Розанова С.А., Сирота А.И. и др. Высшая математика. - М.: Физматлит, 2009. – 168с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

5) Общий курс высшей математики для экономистов: учебник/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 656 с.

ЗАНЯТИЕ 6.

Тема: Прямая на плоскости.

1. Прямая, проходящая через две точки.
2. Общее уравнение прямой.
3. Каноническое уравнение прямой.
4. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
5. Параметрическое уравнение прямой.

Практические задания:

1) Составить уравнение прямой, проходящей через точки $A(1,-2)$, $B(-5,4)$.

2) Задано общее уравнение прямой $x - y + 1 = 0$. Найти уравнение этой прямой в отрезках.

3) Прямая отсекает на координатных осях равные положительные отрезки. Составить уравнение прямой, если площадь треугольника, образованного этими отрезками равна 8 см^2 .

4) Определить угол между прямыми: $y = -3x + 7$; $y = 2x + 1$.

5) Составить уравнения высот треугольника, зная уравнения его сторон:

$$2x - y + 3 = 0, x + 5y - 7 = 0, 3x - 2y + 6 = 0.$$

Основная литература:

1) Малугин В.А. Математика для экономистов: Линейная алгебра: учебное пособие/ В.А. Малугин - М.: Эксмо, 2006. – 224 с.

2) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н.Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.

3) Романников А.Н., Теплов С.Е. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2011.– 272 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

Дополнительная литература:

1) Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие/ В. Л. Ключин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 448 с.

2) Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 575 с.

3) Малыхин В. И. Высшая математика: учебное пособие/ В. И. Малыхин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 365 с.

4) Кузнецова Т.А., Мироненко Е.С., Розанова С.А., Сирота А.И. и др. Высшая математика. - М.: Физматлит, 2009. – 168с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

5) Общий курс высшей математики для экономистов: учебник/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 656 с.

ЗАНЯТИЕ 7.

Тема: Предел последовательности. Предел функции.

1. Предел функции.
2. Предел последовательности.
3. Раскрытие простейших неопределённостей.

Практические задания:

1) Вычислить предел: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 5n + 1}{2n^2 - 3n + 6}$.

2) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + x + 2}{-x^2 + 4x - 1}$.

3) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 3x + 2}{4x^3 + 4x + 7}$.

4) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{3} - \sqrt{x + 2}}$.

- 5) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt{1-4x}}{3x^2 + x}$.
- 6) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{3x^2 - x - 2}$.
- 7) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - x}$.

Основная литература:

- 1) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н.Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.
- 2) Макаров С.И. Математика для экономистов. - М.: КНОРУС, 2011. - 264 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

Дополнительная литература:

- 1) Ильин В. А. Высшая математика: учебник/ В. А. Ильин, А. В. Куркина. - М.: Проспект, 2006. - 600 с.
- 2) Ильин В. А. Высшая математика: учебник/ В. А. Ильин, А. В. Куркина. - М.: Проспект, 2006. - 600 с.
- 3) Кузнецова Т.А., Мироненко Е.С., Розанова С.А., Сирота А.И. и др. Высшая математика. - М.: Физматлит, 2009. – 168с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>
- 4) Общий курс высшей математики для экономистов: учебник/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 656 с.

ЗАНЯТИЕ 8.

Тема: Бесконечно малые и бесконечно большие функции.

1. Вычисление пределов с помощью эквивалентности.
2. Замена переменных в пределе.
3. Замечательные пределы.

Практические задания:

- 1) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{3x^2}$.
- 2) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{2x^2 - x}$.
- 3) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2x)^{\frac{1}{x}}$.
- 4) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 1} x \cdot \ln \frac{x-1}{x}$.

5) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2x}{1 - e^{-2x}}$.

6) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \cdot \operatorname{ctg} \frac{x^2 - 1}{2}$.

7) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x+4} \right)^{-3x+2}$.

8) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 5} \right)^{2x}$.

Основная литература:

1) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н.Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.

2) Макаров С.И. Математика для экономистов. - М.: КНОРУС, 2011. - 264 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

Дополнительная литература:

1) Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие/ В. Л. Ключин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 448 с.

2) Геворкян П.С. Математика. Математический анализ: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2012.–344 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

3) Малыхин В. И. Высшая математика: учебное пособие/ В. И. Малыхин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 365 с.

4) Ильин В. А. Высшая математика: учебник/ В. А. Ильин, А. В. Куркина. - М.: Проспект, 2006. - 600 с.

5) Общий курс высшей математики для экономистов: учебник/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 656 с.

ЗАНЯТИЕ 9.

Тема: Непрерывность и точки разрыва.

1. Исследование функций на непрерывность.
2. Классификация разрывов.
3. Схематичное построение графиков функций.

Практические задания:

1) Исследовать функцию $y = \frac{x}{x-1}$ на непрерывность. Указать тип точек разрыва, сделать схематический рисунок.

2) Исследовать функцию $y = \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{1-x}}$ на непрерывность. Указать тип точек разрыва, сделать схематический рисунок.

$$3) \text{ Исследовать функцию } y = \begin{cases} x^2, & x \leq -1 \\ x + 1, & -1 < x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases} \text{ на непрерывность.}$$

Указать тип точек разрыва, сделать схематический рисунок.

Основная литература:

1) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н.Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.

2) Макаров С.И. Математика для экономистов. - М.: КНОРУС, 2011. - 264 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

Дополнительная литература:

1) Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие/ В. Л. Ключин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 448 с.

2) Геворкян П.С. Математика. Математический анализ: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2012.–344 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

3) Малыхин В. И. Высшая математика: учебное пособие/ В. И. Малыхин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 365 с.

4) Ильин В. А. Высшая математика: учебник/ В. А. Ильин, А. В. Куркина. - М.: Проспект, 2006. - 600 с.

5) Общий курс высшей математики для экономистов: учебник/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 656 с.

ЗАНЯТИЕ 10, 11.

Тема: Производная функции одной независимой переменной. Дифференциал.

1. Табличное дифференцирование.
2. Нахождение производной суммы, произведения, частного.
3. Производная сложной функции.
4. Производная параметрически заданной функции.
5. Производная неявно заданной функции.
6. Нахождение дифференциала функции.

Практические задания:

1) Найти производную функции: $y = 5x^{-3} + 5x^3 + 3$.

2) Найти производную функции: $y = \operatorname{ctg} x \cdot \ln x$.

3) Найти производную функции: $y = (x^2 - 2x - 3)^3 + \sqrt{(x^3 - 1)^2}$.

- 4) Найти производную функции: $y = \operatorname{tg} \frac{3x-2}{5x^2}$.
- 5) Найти производную функции: $y = \frac{1}{3x^2 - 2x + 5}$.
- 6) Найти производную функции: $y = \sin^2 3x \cdot 2^{3x}$.
- 7) Найти производную функции: $2x^3 - y^2 x^4 = y^5 + y$.
- 8) Найти производную функции: $\begin{cases} x = t \ln t \\ y = \frac{\ln t}{t} \end{cases}$.
- 9) Найти дифференциал функции: $y = \cos(2x-1)$.

Основная литература:

- 1) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н.Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.
- 2) Макаров С.И. Математика для экономистов. - М.: КНОРУС, 2011. - 264 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

Дополнительная литература:

- 1) Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие/ В. Л. Ключин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 448 с.
- 2) Геворкян П.С. Математика. Математический анализ: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2012.–344 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>
- 3) Малыхин В. И. Высшая математика: учебное пособие/ В. И. Малыхин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 365 с.
- 4) Ильин В. А. Высшая математика: учебник/ В. А. Ильин, А. В. Куркина. - М.: Проспект, 2006. - 600 с.
- 5) Общий курс высшей математики для экономистов: учебник/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 656 с.

ЗАНЯТИЕ 12.

Тема: Исследование функции и построение графика.

1. Исследование функции с помощью 1-й и 2-й производной.
2. Задачи на экстремум.
3. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.
4. Построение графиков.

Практические задания:

- 1) Найти точку экстремума графика функции: $y = 3 + 2x - x^2$.

2) Найти наибольшее и наименьшее значение функции: $y = \frac{4}{x} + x$ на отрезке $[1; 4]$.

3) Найти точку перегиба графика функции: $y = \frac{x^3 - 3x + 2}{3}$.

4) Исследовать с помощью производных и построить график функции: $y = \frac{x}{x^2 + 1}$.

Основная литература:

1) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н.Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.

2) Макаров С.И. Математика для экономистов. - М.: КНОРУС, 2011. - 264 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

Дополнительная литература:

1) Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие/ В. Л. Ключин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 448 с.

2) Геворкян П.С. Математика. Математический анализ: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2012.–344 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

3) Малыхин В. И. Высшая математика: учебное пособие/ В. И. Малыхин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 365 с.

4) Ильин В. А. Высшая математика: учебник/ В. А. Ильин, А. В. Куркина. - М.: Проспект, 2006. - 600 с.

5) Общий курс высшей математики для экономистов: учебник/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 656 с.

ЗАНЯТИЕ 13.

Тема: Функции многих переменных.

1. Нахождение частных производных.
2. Дифференциал функции многих переменных.
3. Экстремум функций 2-х переменных.

Практические задания:

1) Найти $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = 3xy^2 - \sqrt{xy} + 4$.

2) Вычислить $\frac{\partial z}{\partial y}(M) - \frac{\partial^3 z}{\partial x^3}(M)$, если $z = ye^{y-x}$, $M(1;1)$.

3) Найти $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, если $z = e^{x^2 - 2y}$.

4) Найти $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, если $z = \frac{2y}{3x - 4y}$.

5) Найти dz , если $z = \sin \frac{x}{y}$.

6) Исследовать на экстремум функцию: $z = 3xy - x + 4y + 4$.

7) Исследовать на экстремум функцию: $z = -x^2 - xy - y^2 + 3y + 6x$.

Основная литература:

1) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н.Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.

2) Макаров С.И. Математика для экономистов. - М.: КНОРУС, 2011. - 264 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

Дополнительная литература:

1) Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие/ В. Л. Ключин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 448 с.

2) Геворкян П.С. Математика. Математический анализ: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2012.–344 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

3) Малыхин В. И. Высшая математика: учебное пособие/ В. И. Малыхин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 365 с.

4) Ильин В. А. Высшая математика: учебник/ В. А. Ильин, А. В. Куркина. - М.: Проспект, 2006. - 600 с.

5) Геворкян П.С. Математика. Математический анализ: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2012.–344 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

ЗАНЯТИЕ 14, 15.

Тема: Неопределенный интеграл.

1. Простейшие приёмы интегрирования.
2. Замена переменной в интегралах.
3. Интегрирование по частям.
4. Интегрирование рациональных функций.
5. Интегрирование тригонометрических функций.

Практические задания:

- 1) Вычислить неопределенный интеграл: $\int (\frac{x^3 - 4}{x^2} - e^{-x} + \frac{2}{\sin^2 x}) dx$.
- 2) Вычислить неопределенный интеграл: $\int (3x - 2)^3 dx$.
- 3) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \frac{e^x dx}{e^{2x} - 4}$.
- 4) Вычислить неопределенный интеграл: $\int x\sqrt{x^2 + 1} dx$.
- 5) Вычислить неопределенный интеграл: $\int (2x + 1) \cos x dx$.
- 6) Вычислить неопределенный интеграл: $\int x e^{-3x} dx$.
- 7) Вычислить неопределенный интеграл: $\int x \ln(x + 2) dx$.
- 8) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \sin 2x \cos 4x dx$.
- 9) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \sin^3 x dx$.
- 10) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \frac{2 + x^2}{x^3 - x} dx$.

Основная литература:

- 1) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н.Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.
- 2) Макаров С.И. Математика для экономистов. - М.: КНОРУС, 2011. - 264 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

Дополнительная литература:

- 1) Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие/ В. Л. Ключин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 448 с.
- 2) Геворкян П.С. Математика. Математический анализ: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2012.–344 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>
- 3) Малыхин В. И. Высшая математика: учебное пособие/ В. И. Малыхин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 365 с.
- 4) Ильин В. А. Высшая математика: учебник/ В. А. Ильин, А. В. Куркина. - М.: Проспект, 2006. - 600 с.
- 5) Кузнецова Т.А., Мироненко Е.С., Розанова С.А., Сирота А.И. и др. Высшая математика. - М.: Физматлит, 2009. – 168с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

ЗАНЯТИЕ 16.

Тема: Определенный интеграл.

1. Вычисление определённых интегралов.

2. Замена переменной в интегралах.
3. Интегрирование по частям.
4. Интегрирование рациональных функций.
5. Интегрирование тригонометрических функций.

Практические задания:

1) Вычислить определенный интеграл: $\int_1^2 \left(x - \frac{1}{x} + \sqrt[3]{x}\right) dx$.

2) Вычислить определенный интеграл: $\int_0^5 \frac{x}{\sqrt{1+3x}} dx$.

3) Вычислить определенный интеграл: $\int_0^{\pi} x \sin x dx$.

4) Вычислить определенный интеграл $\int_{\frac{1}{4}}^1 \frac{dx}{x\sqrt{1+4x^2}}$ с помощью

подстановки $z = \frac{1}{x}$.

Основная литература:

- 1) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н.Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.
- 2) Макаров С.И. Математика для экономистов. - М.: КНОРУС, 2011. - 264 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

Дополнительная литература:

- 1) Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие/ В. Л. Ключин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 448 с.
- 2) Кузнецова Т.А., Мироненко Е.С., Розанова С.А., Сирота А.И. и др. Высшая математика. - М.: Физматлит, 2009. – 168с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>
- 3) Малыхин В. И. Высшая математика: учебное пособие/ В. И. Малыхин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 365 с.
- 4) Ильин В. А. Высшая математика: учебник/ В. А. Ильин, А. В. Куркина. - М.: Проспект, 2006. - 600 с.
- 5) Геворкян П.С. Математика. Математический анализ: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2012.–344 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

ЗАНЯТИЕ 17.

Тема: Приложение определенного интеграла.

1. Вычисление площади плоской фигуры.

Практические задания:

- 1) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x \operatorname{arctg} x$,
 $y = 0$, $x = \sqrt{3}$.
- 2) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:
 $xy = 4$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 4$.
- 3) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:
 $y = \ln x$, $y = 0$, $x = e$.

Основная литература:

- 1) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н.Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.
- 2) Макаров С.И. Математика для экономистов. - М.: КНОРУС, 2011. - 264 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

Дополнительная литература:

- 1) Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие/ В. Л. Ключин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 448 с.
- 2) Кундышева Е. С. Математика: учебное пособие/ Е. С. Кундышева. - М.: ИТК Дашков и К, 2005. - 536 с.
- 3) Малыхин В. И. Высшая математика: учебное пособие/ В. И. Малыхин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 365 с.
- 4) Кузнецова Т.А., Мироненко Е.С., Розанова С.А., Сирота А.И. и др. Высшая математика. - М.: Физматлит, 2009. – 168с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>
- 5) Геворкян П.С. Математика. Математический анализ: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2012.–344 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

6. Самостоятельная работа студентов.

Самостоятельная работа студента по дисциплине включает в себя:

- подготовку к аудиторным занятиям (лекциям, практическим, семинарским) и выполнение соответствующих заданий;
- самостоятельную работу над отдельными темами учебных дисциплин в соответствии с учебно-тематическими планами;
- написание рефератов (по согласованию с преподавателем);
- выполнение контрольных работ;
- подготовку ко всем видам контрольных испытаний, в том числе к тестам, зачетам, коллоквиумам, экзаменам;
- участие в олимпиадах по математике.

Тема 1: Матрицы, определители и их свойства. Обратная матрица. Ранг матрицы.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов – 4 часа.

Предполагает решение следующих задач, которые способствуют развитию компетенции: ОК-4.

Задачи для СРС:

1) Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 5 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, найти $2A + B$.

2) Умножить матрицы: $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$.

3) Найти матрицу $C = 10A^{-1} - B^T$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$.

4) Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & -4 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ и число $\alpha = 2$.

Найти $A^T B + \alpha C$.

5) Найти произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$.

6) Вычислить определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

7) Определить ранг матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$.

Тема 2: Системы линейных алгебраических уравнений. Правило Крамера. Матричный способ решения систем. Метод Гаусса.**Внеаудиторная самостоятельная работа студентов – 6 часов.**

Предполагает решение следующих задач, которые способствуют развитию компетенции: ОК-4.

Задачи для СРС:

1) Решить систему уравнений матричным методом:
$$\begin{cases} 5x - y - z = 0 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \end{cases}$$

2) Решить систему уравнений методом Крамера:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_2 + 2x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 = 3 \end{cases}$$

3) Является ли совместной система уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 + 9x_5 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 5x_5 = 2 \\ 2x_1 + 11x_2 + 12x_3 + 25x_4 + 22x_5 = 4 \end{cases} \quad ?$$

4) Решить систему уравнений методом Гаусса:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 = -1 \end{cases}$$

Тема 3: Векторы и действия с ними. Базис векторного пространства. Проекция вектора. Скалярное произведение.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов – 4 часа.

Предполагает решение следующих задач, которые способствуют развитию компетенции: ОК-4.

Задачи для СРС:

1) Даны точки: $A_1(5, 2, 0)$, $A_2(2, 5, 0)$, $A_3(1, 2, 4)$. Найти координаты вектора $0,5\overrightarrow{A_1A_3} + 4\overrightarrow{A_2A_3}$.

2) Установить, образуют ли векторы $\overrightarrow{a_1}$, $\overrightarrow{a_2}$ базис на плоскости, если да, то разложить вектор $\overrightarrow{a_3}$ в этом базисе $\overrightarrow{a_1} = \{2, -1\}$, $\overrightarrow{a_2} = \{2, 0\}$, $\overrightarrow{a_3} = \{2, 1\}$.

3) Найти единичный вектор, того же направления, что и вектор $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$.

4) Даны точки: $A_1(2;2;5)$, $A_2(-2;1;0)$, $A_3(1;-2;1)$. Найти $\text{pr}_{\overrightarrow{A_2A_3}}\overrightarrow{A_2A_1}$.

5) При каком m векторы $\vec{a} = m\vec{i} + \vec{j}$ и $\vec{b} = 3\vec{i} - 3\vec{j} - 4\vec{k}$ перпендикулярны?

Тема 4: Векторное и смешанное произведения векторов.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов – 8 часов.

Предполагает решение следующих задач, которые способствуют развитию компетенции: ОК-4.

Задачи для СРС:

- 1) Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} + 3\vec{b}$; $3\vec{a} + \vec{b}$, если $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$; $\vec{a} \wedge \vec{b} = 30^\circ$.
- 2) Даны координаты точек: $A_1(5, 2, 0)$, $A_2(2, 5, 0)$, $A_3(1, 2, 4)$. Найти площадь грани $A_1A_2A_3$.
- 3) Доказать, что векторы $\vec{a} = 7\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - 7\vec{j} + 8\vec{k}$ и $\vec{c} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ компланарны.
- 4) При каком значении x точки $A(1; 2; 3)$, $B(-1; 0; 1)$, $C(0; 0; 5)$, $D(x; 1; 0)$ лежат в одной плоскости?

Тема 5: Плоскость и прямая в пространстве.**Внеаудиторная самостоятельная работа студентов – 4 часа.**

Предполагает решение следующих задач, которые способствуют развитию компетенции: ОК-4.

Задачи для СРС:

- 1) Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(2, -1, 3)$, $M_2(1, 2, 1)$, $M_3(-1, -1, 3)$.
- 2) Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(-1, -2, 1)$, $M_2(2, 0, -1)$ параллельно прямой $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{3}$.
- 3) Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $A(3, 1, -2)$ перпендикулярно прямой $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{0} = \frac{z-3}{2}$.
- 4) Найти уравнения прямой, проходящей через точку $M(1, 2, -2)$ перпендикулярно плоскости $3x + y - 2z - 4 = 0$.
- 5) Написать каноническое уравнения прямой:
$$\begin{cases} x + y + z - 2 = 0, \\ x - y - 2z + 2 = 0. \end{cases}$$

Тема 6: Прямая на плоскости.**Внеаудиторная самостоятельная работа студентов – 4 часа.**

Предполагает решение следующих задач, которые способствуют развитию компетенции: ОК-4.

Задачи для СРС:

- 1) Дано общее уравнение прямой $12x - 5y - 65 = 0$. Требуется написать различные типы уравнений этой прямой.
- 2) Показать, что прямые $3x - 5y + 7 = 0$ и $10x + 6y - 3 = 0$ перпендикулярны.

3) Найти уравнение прямой, проходящей через точку $A(1,6)$ перпендикулярно прямой $2x - 5y + 9 = 0$.

4) Даны точки $A(-2,4)$, $B(3,1)$, $C(10,7)$. Найти:

- уравнение прямой l , проходящей через точку A , перпендикулярно вектору \overrightarrow{BC} ;
- угловой коэффициент прямой l ;
- уравнение l в отрезках и построить эту прямую;
- уравнение прямой BC ;
- уравнение, параллельной прямой BC и проходящей через точку A ;
- длину перпендикуляра, опущенного из точки A на прямую BC ;
- проекцию точки A на прямую BC .

Тема 7: Предел последовательности и предел функции.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов – 8 часов.

Предполагает решение следующих задач, которые способствуют развитию компетенции: ОК-4.

Задачи для СРС:

- Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+4}{3n-1} = \frac{1}{3}$.
- Вычислить предел: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + n + 4}{3n^2 + 2n - 3}$.
- Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x - 2}{3x^2 - x + 1}$.
- Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x + 4}{x^2 - 2x + 5}$.
- Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 4x}{x^2 - 5x + 6}$.
- Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + x - 2}$.
- Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{\sqrt{3x} - 3}$.
- Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+2} - 1}{\sqrt{3} - \sqrt{x+4}}$.

Тема 8: Бесконечно малые и бесконечно большие функции.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов – 4 часа.

Предполагает решение следующих задач, которые способствуют развитию компетенции: ОК-4.

Задачи для СРС:

- 1) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{2x^2 - x}$.
- 2) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 4x}{\ln(1 + 3x)}$.
- 3) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(x^2 - x)}{x^2 - 1}$.
- 4) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{(2x^2 + x)^2}$.
- 5) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 + 1}{2x^2 - 3} \right)^{3x}$.
- 6) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x - 1}{5x + 2} \right)^{x+1}$.
- 7) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x + 1}{3x^2 + 2} \right)^{2x+2}$.
- 8) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x^3)^{\operatorname{ctg} 3x}$.

Тема 9: Непрерывность и точки разрыва.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов – 4 часа.

Предполагает решение следующих задач, которые способствуют развитию компетенции: ОК-4.

Задачи для СРС:

- 1) Исследовать функцию $y = \frac{x+3}{2-x}$ на непрерывность. Указать тип точек разрыва, сделать схематический рисунок.
- 2) Исследовать функцию $y = \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{x+1}}$ на непрерывность. Указать тип точек разрыва, сделать схематический рисунок.

- 3) Исследовать функцию $y = \begin{cases} -x^2, & x < 1 \\ 1, & 1 \leq x \leq 2 \\ x-1, & x > 2 \end{cases}$ на непрерывность. Указать

тип точек разрыва, сделать схематический рисунок.

Тема 10, 11: Производная функции одной независимой переменной. Дифференциал.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов – 8 часов.

Предполагает решение следующих задач, которые способствуют развитию компетенции: ОК-4.

Задачи для СРС:

1) Найти производную y' (исходя из определения $y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$), если $y = \sqrt{2x-1}$.

2) Найти производную функции: $y = x^4 - 4x + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{x}{5} + 2$.

3) Найти производную функции: $y = \sqrt[3]{x - 3x^2}$.

4) Найти производную функции: $y = \operatorname{tg} x^4 \ln x$.

5) Найти производную функции: $y = \frac{\sin 4x}{2x - 3}$.

6) Найти производную функции: $y = \cos^4 x$.

7) Найти производную функции: $y = \ln(\operatorname{ctg}(3x + 4))$.

8) Найти производную функции второго порядка $y = \sin^2 x$ в точке $x = \frac{\pi}{2}$.

9) Найти производную функции: $\begin{cases} x = \ln(3 - t^2) \\ y = e^{1-t} \end{cases}$.

10) Найти производную функции: $ye^y = e^{x+1}$.

Тема 12: Исследование функции и построение графика.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов – 8 часов.

Предполагает решение следующих задач, которые способствуют развитию компетенции: ОК-4.

Задачи для СРС:

1) Найти интервалы монотонности и экстремум функции $y = \frac{x+3}{x^2+7}$.

2) Провести полное исследование функции $y = x^2 e^x$ и построить ее график.

3) Провести полное исследование функции $y = \frac{x^4}{x^3-1}$ и построить ее график.

4) Число **10** разбить на два таких слагаемых, чтобы сумма их кубов была наименьшей.

5) Найти наибольшее значение функции $y = x^3 - 9x^2 + 15x + 2$ на отрезке $[0; 3]$.

Тема 13: Функции многих переменных.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов – 4 часа.

Предполагает решение следующих задач, которые способствуют развитию компетенции: ОК-4.

Задачи для СРС:

1) Найти частные производные 1-го порядка функции $z = \sin \frac{x}{y}$.

2) Найти частные производные 1-го порядка функции $z = \arcsin \sqrt{x^2 + y^2}$.

3) Найти частные производные 1-го порядка функции $U = e^{z(x^2+y^2)}$.

4) Найти $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ для функции $z = \ln(x^2 + y^2)$.

5) Вычислить градиент и модуль градиента функции $z = xy^3 - \frac{y}{x^2} - 2y$ в точке $M(1, 0)$.

6) Найти все частные производные 1-го и 2-го порядка для функции $z = yx^{y+1}$.

Тема 14, 15: Неопределенный интеграл.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов – 8 часов.

Предполагает решение следующих задач, которые способствуют развитию компетенции: ОК-4.

Задачи для СРС:

1) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \frac{(x-3)(\sqrt{x}+5)}{x\sqrt{x}} dx$.

2) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \frac{e^x}{x^2} dx$.

3) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \frac{x+2}{x^2+x} dx$.

4) Вычислить неопределенный интеграл: $\int (x-3)\cos 2x dx$.

5) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \arcsin 4x dx$.

- 6) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \frac{3x+4}{\sqrt{7-x^2+6x}} dx$.
- 7) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \frac{x+2}{x^3+x} dx$.
- 8) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \sin^3 x \cos^6 x dx$.
- 9) Вычислить неопределенный интеграл: $\int \sin^2 \frac{5x}{2} dx$.

Тема 16: Определенный интеграл.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов – 4 часа.

Предполагает решение следующих задач, которые способствуют развитию компетенции: ОК-4.

Задачи для СРС:

- 1) Вычислить определенный интеграл: $\int_2^3 \frac{2}{(x+1)^2} dx$.
- 2) Вычислить определенный интеграл: $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (x^2 + 2x) \sin \frac{x}{4} dx$.
- 3) Вычислить определенный интеграл: $\int_0^1 \frac{x dx}{x^2 + 3x + 2}$.
- 4) Вычислить определенный интеграл: $\int_3^8 \frac{x}{\sqrt{1+x}} dx$.
- 5) Вычислить определенный интеграл: $\int_0^2 \frac{2x-1}{2x+1} dx$.
- 6) Вычислить определенный интеграл: $\int_0^1 \frac{x}{1+x^4} dx$.

Тема 17: Приложение определенного интеграла.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов – 4 часа.

Предполагает решение следующих задач, которые способствуют развитию компетенции: ОК-4.

Задачи для СРС:

- 1) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $yx=1, x+y=4$.

2) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:
 $y = \frac{1}{2}\sqrt{x}$, $y = \frac{1}{2x}$, $x = 16$.

3) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:
 $y = 2x - x^2 + 3$, $y = x^2 - 4x + 3$.

4) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:
 $y = x \arctg x$, $y = 0$, $x = \sqrt{3}$.

7. Образовательные технологии, используемые в преподавании дисциплины.

Образовательные технологии, используемые при изучении дисциплины, предусматривают применение рейтинговой системы. Преподаватель должен разъяснять студентам особенности применения 100-балльной шкалы оценок и других положений рейтинговой системы.

Использование вычислительной техники для изучения дисциплины не является обязательным. Могут применяться различные обучающие и контролирующие программы.

Лекции и практические занятия следует проводить преимущественно в интерактивной форме – находиться в режиме беседы, общения, диалога со студентом.

Наряду со стандартными упражнениями на практических занятиях следует предлагать студентам и задачи повышенной сложности.

8. Критерии оценки результатов обучения

Профессиональный уровень “5” (отлично)	85-100	Задания правильно решены; полное понимание рассматриваемой темы; полный и глубокий анализ конкретной темы; критическое использование теории и рекомендуемого материала для чтения; расширение и углубление лекционного материала; аргументированная логика; иллюстративность массой примеров и данных
Продвинутый уровень “4” (хорошо)	70-84	Правильное решение, но ряд несущественных упущений в плане содержания; умение аргументировать и использовать примеры; некоторое расширение и углубление лекционного материала;
Базовый уровень “3” (удовлетворительно)	60-69	Удовлетворительный уровень, есть ряд существенных недочетов при решении заданий; в основном базируется на лекционном материале;
Минимальный уровень “2” (неудовлетворительно)	35-59	Неудовлетворительное выполнение; частичное решение заданий; неадекватность примеров
Минимальный уровень “1” (неудовлетворительно)	0-34	Отсутствие понимания вопроса; наличие серьезных ошибок и несоответствий

Рейтинговая система для оценки успеваемости студентов

Наименование контрольной точки (КТ)	Перечень разделов и тем, входящих в КТ	Форма КТ	Балловая стоимость
Аудиторная контрольная работа	Раздел 1. Элементы линейной алгебры (темы 1– 2)	Решение задач	8

Аудиторная контрольная работа	Раздел 2. Векторная алгебра и аналитическая геометрия (темы 3 – 6)	Решение задач	8
Аудиторная контрольная работа	Раздел 4. Дифференциальное исчисление (темы 10 – 13)	Решение задач	9
Аудиторная контрольная работа	Раздел 5. (темы 14 – 17)	Решение задач	8

Разбивка баллов.

Промежуточный рейтинг – 60 баллов:

1) Рейтинг работы студента на практических занятиях – 17 баллов.

Максимальный рейтинг, который студент может заработать на одном семинарском занятии — 1 балл:

- за отличный ответ (полный, безошибочный) — 1 балл;
- за активную работу на семинаре — 1 балл;
- за отказ от ответа, за неправильный ответ — 0 баллов.

2) Рейтинг контрольных точек – 33 балла.

3) Рейтинг поощрительный – 10 баллов:

- решение задач повышенной сложности – 5-10 баллов;
- написание и защита реферата – 5-10 баллов.

Сдача экзамена – 40 баллов.

9. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов освоения программы дисциплины

Текущий контроль успеваемости студентов.

Текущий контроль успеваемости – это установление уровня знаний, умений, владений студентов по отношению к объему и содержанию разделов (модулей, частей) учебных дисциплин, представленных и утвержденных в учебных планах и учебных программах.

Текущий контроль успеваемости осуществляется через комплекс испытаний студентов в виде устных и письменных опросов, коллоквиумов, контрольных работ, проверки домашних заданий, защиты отчетов, компьютерного и бланочного тестирования. Возможны и другие виды контроля по усмотрению кафедры, обеспечивающей учебный процесс по данной дисциплине, в том числе, контроль посещаемости занятий.

В систему текущего контроля рекомендуется вводить необязательные мероприятия, позволяющие повысить семестровый

рейтинг, например, участие в олимпиадах, научное исследование, участие в научных конференциях с докладом по теме изучаемого предмета и т.д. с назначением определенных баллов, прибавляемых к семестровому рейтингу по дисциплине. При этом рейтинг не должен превышать 100 баллов.

Для текущего контроля успеваемости на кафедрах, осуществляющих учебный процесс, создаются и периодически актуализируются банки тестов, заданий, программы компьютерных проверок и т.п. материалы.

Виды и сроки проведения мероприятий текущего контроля устанавливаются рабочей программой учебной дисциплины.

Промежуточная аттестация.

Промежуточная аттестация студентов – это установление уровня знаний, умений, владений обучаемых, как показателя уровня освоения требуемых компетенций, по отношению к объему и содержанию учебной дисциплины.

Оценка промежуточной аттестации студента по дисциплине формируется на основании семестрового рейтинга текущего контроля и рейтинга экзаменационного испытания. Экзаменационное испытание проводится в сроки, устанавливаемые в соответствии с утвержденными учебными планами, календарными учебными графиками и приказами.

Преподаватель имеет право принять у студента экзамен только при наличии первичных документов по учету результатов промежуточной аттестации. Первичными документами являются экзаменационные ведомости, индивидуальные разрешения на сдачу экзамена. Все первичные документы должны передаваться в деканат преподавателем лично не позднее следующего дня после проведения испытания промежуточной аттестации.

По результатам промежуточной аттестации студенту, кроме итогового рейтинга по 100-балльной шкале, выставляется итоговая отметка: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

При аттестации на «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно» студент считается получившим положительную оценку и прошедшим промежуточную аттестацию. Положительные оценки и соответствующие рейтинги заносятся в первичные документы и зачетные книжки студентов. Записи в зачетных книжках студентов должны осуществляться только после оформления первичных документов.

Оценки «неудовлетворительно» проставляются только в первичные документы.

Неудовлетворительные результаты промежуточной аттестации по дисциплине или непрохождение промежуточной аттестации в установленные сроки признаются академической задолженностью. Студенты обязаны ликвидировать академическую задолженность.

Виды и сроки проведения мероприятий промежуточной аттестации устанавливаются рабочей программой учебной дисциплины.

10. Комплект оценочных средств по дисциплине

Контрольная работа №1.

1) Умножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 7 & -1 \\ -2 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & -4 & -8 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$.

2) Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & -3 \end{vmatrix}$.

3) Решить систему уравнений: методом Крамера и с помощью обратной матрицы:

$$\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 = 13 \\ 2x_1 + 7x_2 = 81 \end{cases}$$

4) Решить методом Гаусса систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 - x_5 = 6 \\ 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 15 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 6x_5 = 2 \end{cases}$$

Контрольная работа №2.

1) Даны вершины треугольника: $A(-5; -4)$, $B(6; 3)$, $C(4; 1)$. Найти:

- Уравнение прямой АВ, привести его к виду с угловым коэффициентом;
- Длину стороны АВ;
- Угол А;
- Площадь треугольника.

Проверить:

е) перпендикулярность вектора \overline{BC} и вектора $\overline{b} = 2\overline{i} + \overline{j} - 8\overline{k}$;

ф) параллельность вектора \overline{BC} и вектора $\overline{a} = -4\overline{i} - 4\overline{j} - 18\overline{k}$.

2) Даны вершины треугольной пирамиды: $A(-5; -4; 8)$, $B(6; 3; 7)$, $C(4; 1; -2)$ и $D(2; 3; 1)$. Найти:

- ее объем;
- уравнение плоскости АВС;

с) уравнение прямой AC .

3) Коллинеарны ли векторы $\overline{BC} - 2\overline{CA}$ и \overline{CD} , если $A(3; -4; 1)$, $B(2; -3; 7)$, $C(1; -4; 3)$ и $D(1; -3; 5)$.

4) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $A(5, -1, 3)$ перпендикулярно плоскости $x - 3y + 2z + 1 = 0$.

Контрольная работа №3.

1. Найти y' :

а) $y = 2x^3 - \sqrt[3]{x^2} + 3^x + 5$;

б) $y = \sqrt{2x - x^3} + (2x^2 + 5)^2$;

в) $y = x \cdot \operatorname{tg}(2x)$;

г) $y = \frac{\sin 2x}{1-x} + \cos^5 3x$;

2. Найти y'' , если $y = e^{\sin 2x}$.

3. Найти частные производные z'_x и z'_y функции $z = \sqrt{xy^2 - \frac{y}{x}} - \frac{\sqrt{x}}{y^2}$.

4. Найти dz для функции $z = \ln(x - 2y)$ в точке $M(3, 1)$.

5. Для функции $z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$ при условии $M_0(1; 1)$, $\vec{a} = \{1; -1\}$ найти градиент функции в данной точке.

6. Исследовать на экстремум функцию $z = 3x^2 + y^2 - 2y$.

Контрольная работа №4.

1. Вычислить неопределённые интегралы:

а) $\int \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{x^3} dx$; б) $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{3 - 5 \cos x}}$;

в) $\int (x - 1) \operatorname{lg} x dx$; г) $\int \frac{x^2 - x + 1}{x^3 + x} dx$.

2. Вычислить определённый интеграл:

$$\int_0^1 \frac{2 \operatorname{arctg} x + x}{1 + x^2} dx.$$

Вопросы к зачету

- 1) Правила сложения матриц, умножения матрицы на число, умножения двух матриц.
- 2) Правила вычисления определителей второго и третьего порядков.
- 3) Минор и алгебраическое дополнение элемента определителя.
- 4) Формула разложения определителя 3–го порядка по какой–либо строке или столбцу.
- 5) Ранг матрицы.
- 6) Вычисление ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.
- 7) Свойства определителей третьего порядка.
- 8) Обратная матрица. Теорема о единственности обратной матрицы.
- 9) Совместная, определенная и неопределенная системы линейных уравнений.
- 10) Теорема Кронекера – Капелли.
- 11) Формулы Крамера решения системы 3–х линейных уравнений с 3–мя неизвестными.
- 12) Метод Гаусса решения системы m линейных уравнений с n неизвестными.
- 13) Решение системы линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
- 14) Однородная система линейных уравнений.
- 15) Общее решение неопределенной системы линейных уравнений.
- 16) Сумма векторов, произведение вектора на число.
- 17) Условия коллинеарности, ортогональности и компланарности векторов.
- 18) Базис на плоскости.
- 19) Теорема о разложении вектора по базису на плоскости.
- 20) Прямоугольные координаты вектора и точки.
- 21) Вычисление координат вектора по известным координатам его конца и начала.
- 22) Расстояние между двумя точкам с известными координатами.
- 23) Скалярное произведение векторов и его свойства.
- 24) Угол между векторами (через скалярное произведение).
- 25) Вычисление векторного произведения векторов, площадь параллелограмма.
- 26) Вычисление смешанного произведения векторов, объем параллелепипеда.
- 27) Виды уравнений прямой на плоскости: через точку параллельно вектору, через точку перпендикулярно вектору, через две точки с угловым коэффициентом.
- 28) Виды уравнений плоскости: проходящей через заданную точку, перпендикулярно заданному вектору, проходящей через три заданные точки.

29) Уравнения прямой в \mathbf{R}^3 , проходящей через заданную точку, параллельно заданному вектору, через две заданные точки.

30) Что называется действительной функцией действительного аргумента? Примеры функций и указать их область определения и область значений.

31) Сложная функция.

32) Обратная функция. Принцип построения графика функции.

33) Основные элементарные функции и их графики.

34) Понятие предела функции.

35) Предел числовой последовательности.

36) Бесконечно малая и бесконечно большая функции, их основные свойства.

37) Связь между функцией, ее пределом и бесконечно малой величиной.

38) Теоремы о пределах (о единственности предела; о пределе суммы, произведения и частного; о переходе к пределу в неравенстве; о пределе сложной функции).

39) Первый замечательный предел.

40) Второй замечательный предел.

41) Что такое эквивалентные бесконечно малые? Таблица эквивалентностей.

42) Теоремы о непрерывности суммы, произведения и частного непрерывных функций.

43) Теоремы о непрерывности суммы, произведения и частного непрерывных функций.

44) Теорема о непрерывности сложной функции.

Вопросы к экзамену.

1) Задачи, приводящие к понятию производной.

2) Определение производной функции. Ее геометрический и физический смысл.

3) Таблица производных основных элементарных функций, правила дифференцирования.

4) Теорема о дифференцировании сложной функции.

5) Производные высших порядков явно заданной функции.

6) Дифференциал функции. Правило Лопиталя.

7) Исследование функции по первой и второй производной.

8) Определение асимптоты графика функции. Виды асимптот. Уравнения асимптот.

9) Функции нескольких переменных. Определение частных производных. Частные производные высших порядков.

10) Полный дифференциал.

11) Точки экстремума функции двух переменных. Необходимое условие экстремума, достаточное условие экстремума для функции двух переменных.

12) Первообразная. Неопределенный интеграл и его основные свойства.

13) Таблица основных интегралов. Непосредственное интегрирование.

14) Подведение под знак дифференциала. Метод замены переменной в неопределенном интеграле.

15) Метод интегрирования по частям.

16) Интегрирование рациональных функций.

17) Интегрирование иррациональных функций.

18) Интегрирование тригонометрических функций.

19) Понятие определенного интеграла и его свойства. Формула Ньютона–Лейбница.

20) Вычисление площадей плоских фигур с помощью определенного интеграла.

Задачи к зачету.

Задача №1.

Вычислить алгебраическое дополнение A_{23} определителя:

$$\begin{vmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 4 & 6 & 3 \end{vmatrix}.$$

Задача №2.

Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \\ 5 & -7 & 3 \end{vmatrix}.$

Задача №3.

Решить систему линейных уравнений тремя способами (методом Гаусса, по правилу Крамера, с помощью обратной матрицы):

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 = 1 \\ -x_1 + 2x_2 = 0 \end{cases}$$

Задача №4.

Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 3 \end{cases}$$

Задача №5.

Найти ранг матрицы: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$.

Задача №6.

Даны векторы $\bar{a}(2, 3, x)$, $\bar{b}(-6, -9, 8)$, $\bar{c}(1, 0, 6)$, $\bar{d}(-2, 3, -1)$.
Найти:

- 1) при каких значениях x : $\bar{a} \parallel \bar{b}$, $\bar{a} \perp \bar{b}$, векторы $\bar{a}, \bar{c}, \bar{d}$ – компланарны;
- 2) площадь треугольника, построенного на векторах \bar{a} и \bar{b} .

Задача №7.

Даны координаты вершин треугольника ABC: A(2;1), B(-1;3), C(4;5).
Требуется найти уравнение высоты, опущенной из вершины A на сторону BC.

Задача №8.

Даны координаты четырёх точек A(-3; 4; -7), B(1; 5; -4), C(-5; -2; -14), D(-12; 7; -1) в пространстве. Требуется найти:

- 1) уравнение плоскости, содержащей грань ABC;
- 2) уравнения прямой, проходящей через точку D, и перпендикулярную грани ABC.

Задача №9.

Найти область определения функции $y = \frac{\sqrt{x^2 + x - 6}}{x^2 - 4} + \arcsin \frac{x}{4}$.

Задача №10.

Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 7x + 10}{4 - x^2}$.

Задача №11.

Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 3x - 6}{2x^2 + 6x - 5}$.

Задача №12.

Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 5x}{\sin 3x}$.

Задача №13.

Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6} - 3}{x-3}$.

Задача №14.

Исследовать функцию $y = \frac{1}{2-x}$ на непрерывность. Указать тип точек разрыва функции.

Задача №15.

Написать уравнение нормали к кривой $y = x^2 - 7x + 3$ в точке с абсциссой $x=1$.

Задача №16.

Найти интервалы монотонности функции: $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x-1}$.

Задачи к экзамену.**Задача №1.**

Найти производную функции: $y = \sqrt[3]{x^2 + 2x} - \frac{1}{\sqrt{2x-3}}$.

Задача №2.

Найти производную функции: $y = \sqrt[3]{x} + \frac{3}{\sqrt{x}} + 9^x - 2$.

Задача №3.

Найти производную функции: $y = \ln(e^{2x} + 5x)$.

Задача №4.

Вычислить $y''_{xx}(x) : \begin{cases} x = \ln t \\ y = t^2 + t \end{cases}$.

Задача №5.

Вычислить предел с помощью правила Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x}{3x^2 + 11x + 1}$.

Задача №6.

Вычислить предел с помощью правила Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - x - 1}$.

Задача №7.

Вычислить предел с помощью правила Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x + 3)e^{-5x}$.

Задача №8.

Вычислить предел с помощью правила Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{x}{\ln x} \right)$.

Задача №9.

Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{1}{x \ln^5 2x} dx$.

Задача №10.

Найти неопределенный интеграл: $\int \cos(3x+1) dx$.

Задача №11.

Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x + 2}} dx$.

Задача №12.

Найти неопределенный интеграл: $\int (-3x + 7)e^{-x} dx$.

Задача №13.

Для функции z найти значения указанных производных в точке M :

$$z = e^{-y} / x, \quad z'''_{xy} (M) + z''_{yy} (M), \quad M(1; 0).$$

Задача №14.

Для заданной функции найти все частные производные первого порядка:

$$z = \sin \frac{x}{y} \cos \frac{\sqrt{x}}{y}.$$

Задача №15.

Найти полный дифференциал функции: $U = x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 2xy + 4xz + 2yz$.

Задача №16.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $x = 4 - (y-1)^2$, $x = y^2 - 4y + 3$.

Образец билета для зачета**Билет № 1**

1. Правила вычисления определителей второго и третьего порядков.
2. Виды уравнений прямой на плоскости: через точку параллельно вектору, через точку перпендикулярно вектору, через две точки с угловым коэффициентом.
3. Даны вершины треугольника: $A(2; 1)$, $B(-1; 3)$, $C(4; 5)$, найти:
 - 1) уравнение стороны AB ; 2) угол A .

4. Даны координаты вершин пирамиды ABCD: A(-3; 4; -7), B(1; 5; -4), C(-5; -2; -14), D(-12; 7; -1). Найти уравнение грани ABC.

5. Вычислить пределы: 1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 - x - 3}{x^2 - 1}$; 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 5x + 2}{2x^4 + 3x^2 - 1}$; 3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 5x}{\sin 3x}$.

Образец экзаменационного билета

Билет №1

1. Задачи, приводящие к понятию производной.

2. Вычислить $y'(x)$:

а) $y = 2x^3 - \sqrt[3]{x^2} + 3^x + 5$; б) $y = \frac{\arctg x}{\sqrt{x}}$.

3. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталья:

а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x + x^2}$; б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-2x}$.

4. Для функции z найти значения указанных производных в точке M :

$z = \ln(x - 2y)$, $z''_{xx}(M) + z''_{yy}(M)$, $M(3; 1)$.

5. Вычислить интеграл: а) $\int \sin(2x + 3) dx$; б) $\int (3x - 2)e^x dx$.

6. Вычислить площадь фигуры: $y = x^2 + 2$, $y = 3x$.

Тесты для самоконтроля.

Входное тестирование (проверка остаточных знаний).

1. Результат действия $(5, 2+3, 4) \times (-10)$ равен...

- a. 86
- b. -86
- c. 0,86
- d. -0,86

2. Результат сложения дробей $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$ равен...

- a. $\frac{2}{3}$
- b. $\frac{1}{6}$
- c. $\frac{1}{9}$
- d. $\frac{2}{6}$

3. Результат действия $\left((3)^{-2}\right)^{\frac{1}{2}}$ равен...

- a. $\frac{1}{3}$
 - b. $\frac{1}{9}$
 - c. 3
 - d. 9
4. Решение уравнения $3x-7=3$ равно...
- a. $\frac{10}{3}$
 - b. $-\frac{10}{3}$
 - c. $\frac{4}{3}$
 - d. $-\frac{4}{3}$
5. Решение неравенства $2-x \geq 0,5$ имеет вид...
- a. $(-\infty; 1,5)$
 - b. $(-\infty; 1,5]$
 - c. $[1,5; +\infty)$
 - d. $(1,5; +\infty)$
6. Решением уравнения $x^2-4=0$ является...
- a. $x = \pm 2$
 - b. $x=2$
 - c. $x=-2$
 - d. $x = \pm \sqrt{2}$
7. Вершина параболы $y = x^2-3$ находится в точке...
- a. $(0; 3)$
 - b. $(0; 0)$
 - c. $(0; -3)$
 - d. $(-3; 0)$
8. Решение неравенства $(x+1)^2 \leq 0$ имеет вид...
- a. $(-\infty; +\infty)$
 - b. $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$
 - c. -1
 - d. $(-\infty; 1]$
9. Разложением на множители выражения $x^2-y^4=0$ является...
- a. $(x-y)(x+y)$
 - b. $(x-y^2)(x+y^2)$
 - c. $(x^2-y)(x^2+y)$
 - d. $(x-y)^2(x+y)^2$

10. Множество натуральных чисел имеет вид...

- a. 0, 1, 2, 3, 4, ...
- b. ..., -2, -1, 0, 1, 2, ...
- c. 1, 2, 3, 4, 5, ...
- d. 0, 2, 4, 6, 8 ...

11. Множество целых чисел имеет вид...

- a. ..., -2, -1, 0, 1, 2, ...
- b. 0, 1, 2, 3, 4, ...
- c. 1, 2, 3, 4, 5, ...
- d. 1, 3, 5, 7, 9, ...

12. Производная функции $y=x^2+2x+3$ имеет вид...

- a. $2x+2$
- b. $x+2$
- c. x^2+2x
- d. $\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x$

Промежуточное тестирование

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, тогда матрица $C=AB$ имеет

вид...

- a. $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- b. $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- c. $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
- d. $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

2. Для матрицы A существует обратная, если она равна...

- a. $\begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
- b. $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- c. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$
- d. $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

3. Система линейных уравнений $\begin{cases} 2x + 4y = 0 \\ x + y = 0 \end{cases} \dots$
- имеет единственное решение (0; 0)
 - имеет множество решений
 - не имеет решений
 - имеет единственное решение (2; -1)
4. Систему линейных уравнений $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + 4y = 6 \end{cases}$ можно решить...
- методом Крамера
 - методом Гаусса
 - методом обратной матрицы
 - методом подстановки
5. Прямая $y = 2 - \frac{x}{3}$ имеет угловой коэффициент, равный...
- $\frac{1}{3}$
 - $-\frac{1}{3}$
 - 3
 - 2
6. Прямая $x - y - 2 = 0$ проходит через точку с координатами...
- (1; 1)
 - (2; 0)
 - (0; 2)
 - (1; -2)
7. Дан треугольник OAB . Векторы $\overrightarrow{OA} = (5; 4; 3)$, $\overrightarrow{OB} = (1; 2; -3)$. Тогда вектор \overrightarrow{AB} имеет координаты...¹
- (4; 2; 6)
 - (-4; -2; 0)
 - (6; 6; 0)
 - (-4; -2; -6)
8. Даны векторы $\vec{a} = (0; x; -2)$, $\vec{b} = (4; 2; 1)$. Тогда они перпендикулярны при x , равном...
- 0
 - 1
 - 1
 - 2
9. Общими уравнениями прямой на плоскости являются уравнения вида...

¹ Тест 7 содержится на сайте ФЭПО <http://www.i-fgos.ru>

- a. $x - y = 0$ и $x + y = 4$
- b. $x - y = 0$ и $x = 4$
- c. $x - y + 2 = 0$ и $x + y = 4$
- d. $x - y + 2 = 0$ и $x + y = 0$

10. Направляющий вектор прямой $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{-3}$ имеет координаты...

- a. $(-2; 3)$
- b. $(2; -3)$
- c. $(0; -2)$
- d. $(0; 2)$

11. Общими уравнениями плоскости являются уравнения вида...

- a. $x - y + 2z = -1$ и $x - y + 2z = 0$
- b. $x - y + 2z = 2$ и $x - y + 2z = 0$
- c. $x - y = 0$ и $x - y + 2z - 4 = 0$
- d. $x - y + 2z = 1$ и $x - y + 2z - 4 = 0$

12. Направляющий вектор прямой $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+1}{-1}$ имеет координаты

...

- a. $(-2; 0; -1)$
- b. $(2; 0; -1)$
- c. $(0; 2; -1)$
- d. $(0; -2; 1)$

13. Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - 5x + x^2 - 3x^3}{x^3 - x^2 + x - 2}$ равен...

- a. 2
- b. -3
- c. $\frac{3}{2}$
- d. -1

14. Предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x^2 - 2x + 1}$ равен...

- a. 0
- b. 1
- c. ∞
- d. $-\infty$

15. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x}$ равен...

- a. 0
- b. 1
- c. ∞
- d. 2

16. Точка разрыва функции $f(x) = \begin{cases} 7 - x^2, & \text{если } x \leq -3 \\ 2 \sin \frac{\pi x}{2}, & \text{если } -3 < x < 1 \\ 3x - 1, & \text{если } x \geq 1 \end{cases}$ равна...²

- a. 1
- b. -3
- c. -2
- d. 2

17. Количество точек разрыва функции $y = \frac{x}{x^2 - 1}$ равно...

- a. 0
- b. 1
- c. 2
- d. 4

18. Количество точек разрыва функции $y = \frac{1}{x^2 + x}$ равно...

- a. 0
- b. 1
- c. 2
- d. 3

Выходное тестирование

1. Обратной для матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ является матрица...

- a. $\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$
- b. $\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$
- c. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$
- d. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$

2. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$ и $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$. Тогда существует

произведение матриц...

- a. $A \cdot C \cdot B$
- b. $C \cdot A \cdot B$

² Тест 16 содержится на сайте ФЭПО <http://www.i-fgos.ru>

c. $B \cdot A \cdot C$

d. $C \cdot B \cdot A$

3. Если x_0 и y_0 являются решением системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x - 4y = 0 \\ 3x + y = 7 \end{cases}, \text{ то их разность } x_0 - y_0 \text{ равна...}$$

a. -1

b. 2

c. -2

d. 1

4. Даны два вектора $\vec{a}=(1;-2;2)$ и $\vec{b}=(-3;1;2)$. Тогда вектор \vec{c} , перпендикулярный и вектору \vec{a} , и вектору \vec{b} , можно представить в виде...

a. $-6\vec{i} + 8\vec{j} - 5\vec{k}$

b. $-6\vec{i} - 8\vec{j} - 5\vec{k}$

c. $-2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$

d. $-3\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$

5. Векторное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} равно $(-2;0;3)$. Тогда вектор $\vec{c} = -3\vec{b} \times 2\vec{a}$ будет иметь координаты...³

a. $(12; 0; -18)$

b. $(-12; 0; 18)$

c. $(-10; 0; 15)$

d. $(-2; 0; 3)$

6. Дано уравнение прямой $2x+3y-6=0$, тогда уравнение этой прямой в отрезках имеет вид...

a. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{-2} = 1$

b. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-3} = 1$

c. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$

d. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$

7. Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x}{3 - x^2 + x}$ равен...

a. -3

b. -2

c. $\frac{2}{3}$

d. 2

³ Тесты 2-5 содержатся на сайте ФЭПО <http://www.i-fgos.ru>

8. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2x)^{\frac{1}{x}}$ равен...
- e^2
 - e^{-2}
 - ∞
 - 1
9. Количество точек разрыва функции $y = \frac{x}{x-1}$ равно...
- 0
 - 1
 - 2
 - 3
10. Количество точек разрыва функции $y = \frac{x}{x^2 + 1}$ равно...
- 0
 - 1
 - 2
 - 3
11. Производная функции $y = 2^{\operatorname{ctg}(3x-4)}$ равна...⁴
- $-\frac{2^{\operatorname{ctg}(3x-4)} \ln 2}{\sin^2(3x-4)}$
 - $-3 \cdot \frac{2^{\operatorname{ctg}(3x-4)} \ln 2}{\sin^2(3x-4)}$
 - $3 \cdot \frac{2^{\operatorname{ctg}(3x-4)} \ln 2}{\sin^2(3x-4)}$
 - $-3 \cdot \frac{2^{\operatorname{ctg}(3x-4)}}{\sin^2(3x-4)}$
12. Производная третьего порядка функции $y = \sin(3x-1)$ равна...
- $27 \cos(3x-1)$
 - $-27 \cos(3x-1)$
 - $-\cos(3x-1)$
 - $-9 \cos(3x-1)$
13. Частная производная второго порядка $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = (2x-3y)^3$ имеет вид...⁵
- $54(2x-3y)$
 - $6(2x-3y)^2$
 - $24(2x-3y)$
 - $-9(2x-3y)^2$

⁴ Тест 11 содержится на сайте ФЭПО <http://www.i-fgos.ru>

⁵ Тесты 12, 13 содержатся на сайте ФЭПО <http://www.i-fgos.ru>

14. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции $z = \ln(x + 2y)$ имеет вид ...

- a. $\frac{1}{x + 2y}$
- b. $\frac{2}{x + 2y}$
- c. $-\frac{1}{x + 2y}$
- d. $\frac{1}{2(x + 2y)}$

15. Неопределенный интеграл $\int x^2 \ln x dx$ равен...⁶

- a. $\frac{x^3}{9}(\ln x - 1) + C$
- b. $\frac{x^2}{3}(x \ln x - 1) + C$
- c. $\frac{x^3}{9}(3 \ln x + 1) + C$
- d. $\frac{x^3}{9}(3 \ln x - 1) + C$

16. Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x}}$ равен...

- a. $2\sqrt{1+x} + C$
- b. $\sqrt{1+x} + C$
- c. $\frac{1}{2}\sqrt{1+x} + C$
- d. $-\sqrt{1+x} + C$

17. Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{1-3x}$ равен...

- a. $\frac{1}{3} \ln(1-3x) + C$
- b. $-\frac{1}{3} \ln(1-3x) + C$
- c. $3 \ln(1-3x) + C$
- d. $-3 \ln(1-3x) + C$

18. Определенный интеграл $\int_0^2 \frac{xdx}{2x^2 + 3}$ равен...⁷

- a. $\frac{1}{4} \ln 33$

⁶ Тест 15 содержится на сайте ФЭПО <http://www.i-fgos.ru>

⁷ Тест 18 содержится на сайте ФЭПО <http://www.i-fgos.ru>

b. $\frac{1}{2}(\ln 11 - \ln 3)$

c. $\frac{1}{4}(\ln 11 - \ln 3)$

d. $\frac{1}{2} \ln 33$

19. Площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x$, $y = 0$, $x = 1$, равна...

a. $\frac{1}{2}$

b. 2

c. 1

d. $-\frac{1}{2}$

20. Площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 0$, $x = 1$, равна

...

a. $\frac{1}{3}$

b. $\frac{2}{3}$

c. $\frac{1}{6}$

d. $\frac{8}{3}$

Примеры решения задач (пошаговое решение задач с комментариями).

Пример 1.

Найти произведение матриц: $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$, $B = (2 \ 4 \ 1)$.

Решение.

Последовательно умножаем строки первой матрицы на столбцы второй и находим сумму этих произведений:

$$AB = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot (2 \ 4 \ 1) = \begin{pmatrix} 1 \cdot 2 & 1 \cdot 4 & 1 \cdot 1 \\ 4 \cdot 2 & 4 \cdot 4 & 4 \cdot 1 \\ 3 \cdot 2 & 3 \cdot 4 & 3 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 8 & 16 & 4 \\ 6 & 12 & 3 \end{pmatrix};$$

$$BA = (2 \ 4 \ 1) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} = (2 \cdot 1 + 4 \cdot 4 + 1 \cdot 3) = (2 + 16 + 3) = (21).$$

Пример 2.

Найти произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+10 & 4+12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & 16 \end{pmatrix}. \text{ Произведение } BA$$

найти невозможно ввиду несовпадения размерности (не выполнен критерий умножения).

Пример 3.

Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$. Найти $\det(AB)$.

Решение.

1-й способ: $\det A = 4 - 6 = -2$; $\det B = 15 - 2 = 13$; $\det(AB) = \det A \cdot \det B = -26$.

2-й способ: $AB = \begin{pmatrix} 1 \cdot 5 + 2 \cdot 1 & 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 \\ 3 \cdot 5 + 4 \cdot 1 & 3 \cdot 2 + 4 \cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 8 \\ 19 & 18 \end{pmatrix}$, $\det(AB) = 7 \cdot 18 - 8 \cdot 19 = 126 - 152 = -26$.

Пример 4.

Вычислить определитель
$$\begin{vmatrix} -1 & 0 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}.$$

Решение.

Проводим разложение по первой строке:

$$\begin{vmatrix} -1 & 0 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{vmatrix} = -1 \begin{vmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{vmatrix};$$

Вычислим каждый определитель отдельно. Первый разложим по первой строке:

$$\begin{vmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix} = -1(6 - 4) - 1(9 - 1) + 2(12 - 2) = -2 - 8 + 20 = 10.$$

Во втором определителе поэлементно прибавим к первой строке третью, умноженную на (-1) и разложим по первой строке:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -2 & -1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 2(0-2) - 1(0-6) = 2.$$

В третьем – аналогично второму. Поэлементно прибавим к первой строке третью, умноженную на (-1) и разложим по первой строке:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -2 & -3 \\ 0 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 2(-4) - 3(-6) = -8 + 18 = 10.$$

Значение определителя: $-10 + 6 - 40 = -44$.

Пример 5.

Определить ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 11 \end{pmatrix}$.

Решение.

Последовательно вычеркиваем нулевые строку и столбцы:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 11 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 11 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 11 \end{pmatrix},$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 11 \end{vmatrix} = 11 - 10 = 1 \neq 0 \Rightarrow \text{Rang } A = 2.$$

Пример 6.

Найти решение системы уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 5x - y - z = 0 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \end{cases}.$$

Решение.

Решаем соответствующие определители разложением по первой строке и используем формулы Крамера:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 5(4-9) + (2-12) - (3-8) = -25 - 10 + 5 = -30;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 14 & 2 & 3 \\ 16 & 3 & 2 \end{vmatrix} = (28 - 48) - (42 - 32) = -20 - 10 = -30; x_1 = \Delta_1/\Delta = 1;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 5 & 0 & -1 \\ 1 & 14 & 3 \\ 4 & 16 & 2 \end{vmatrix} = 5(28 - 48) - (16 - 56) = -100 + 40 = -60; x_2 = \Delta_2/\Delta = 2;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 5 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 14 \\ 4 & 3 & 16 \end{vmatrix} = 5(32 - 42) + (16 - 56) = -50 - 40 = -90; x_3 = \Delta_3/\Delta = 3.$$

Пример 7.

Даны векторы $\vec{a}(1; 2; 3)$, $\vec{b}(-1; 0; 3)$, $\vec{c}(2; 1; -1)$ и $\vec{d}(3; 2; 2)$ в некотором базисе. Показать, что векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} образуют базис и найти координаты вектора \vec{d} в этом базисе.

Решение.

Векторы образуют базис, если они линейно независимы, другими словами, если уравнения, входящие в систему:
$$\begin{cases} \alpha - \beta + 2\gamma = 0 \\ 2\alpha + 0 \cdot \beta + \gamma = 0 \\ 3\alpha + 3\beta - \gamma = 0 \end{cases}$$
 линейно

независимы.

Тогда $\vec{d} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c}$. Это условие выполняется, если определитель

матрицы системы отличен от нуля, т.е.
$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 3 & -1 \end{vmatrix} \neq 0.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 3 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = -3 + (-2 - 3) + 12 = 4 \neq 0;$$

$$\begin{cases} \alpha a_1 + \beta b_1 + \gamma c_1 = d_1 \\ \alpha a_2 + \beta b_2 + \gamma c_2 = d_2 \\ \alpha a_3 + \beta b_3 + \gamma c_3 = d_3 \end{cases}$$

Для решения этой системы воспользуемся методом Крамера.

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 3(-3) + (-2 - 2) + 12 = -1.$$

$$\alpha = \frac{\Delta_1}{\Delta} = -1/4;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix} = (-2 - 2) - 3(-2 - 3) + 2(4 - 6) = -4 + 15 - 4 = 7;$$

$$\beta = \frac{\Delta_2}{\Delta} = 7/4;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & 3 & 2 \end{vmatrix} = -6 + (4 - 6) + 18 = 10;$$

$$\gamma = \frac{\Delta_3}{\Delta} = 5/2.$$

Итак, координаты вектора \vec{d} в базисе $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$: $\vec{d} = \{-1/4, 7/4, 5/2\}$.

Пример 8.

Найти $(5\vec{a} + 3\vec{b})(2\vec{a} - \vec{b})$, если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $\vec{a} \perp \vec{b}$.

Решение.

Раскрываем скобки и используем свойства скалярного произведения:

$$10\vec{a} \cdot \vec{a} - 5\vec{a} \cdot \vec{b} + 6\vec{a} \cdot \vec{b} - 3\vec{b} \cdot \vec{b} = 10|\vec{a}|^2 - 3|\vec{b}|^2 = 40 - 27 = 13,$$

$$\text{т.к. } \vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2 = 4, \quad \vec{b} \cdot \vec{b} = |\vec{b}|^2 = 9, \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = 0.$$

Пример 9.

Найти угол между векторами \vec{a} и \vec{b} , если $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = 6\vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k}$.

Решение.

Т.е. $\vec{a} = (1, 2, 3)$, $\vec{b} = (6, 4, -2)$. Находим скалярное произведение в координатах и длины векторов:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 6 + 8 - 6 = 8; \quad |\vec{a}| = \sqrt{1 + 4 + 9} = \sqrt{14}; \quad |\vec{b}| = \sqrt{36 + 16 + 4} = \sqrt{56}.$$

Подставляем полученные результаты в формулу определения скалярного произведения и выражаем отсюда косинус угла между векторами:

$$\cos \varphi = \frac{8}{\sqrt{14}\sqrt{56}} = \frac{8}{2\sqrt{14}\sqrt{14}} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}; \quad \varphi = \arccos \frac{2}{7}.$$

Пример 10.

Вычислить площадь треугольника с вершинами $A(2, 2, 2)$, $B(4, 0, 3)$, $C(0, 1, 0)$.

Решение.

Определим соответствующие векторы и найдем их векторное произведение:

$$\overrightarrow{AC} = (0 - 2; 1 - 2; 0 - 2) = (-2; -1; -2),$$

$$\overrightarrow{AB} = (4 - 2; 0 - 2; 3 - 2) = (2; -2; 1),$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{AB} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2 & -1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} -2 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = \vec{i}(-1 - 4) - \vec{j}(-2 + 4) + \\ &+ \vec{k}(4 + 2) = -5\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}. \end{aligned}$$

Найдем модуль этого векторного произведения:

$$|\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{AB}| = \sqrt{25 + 4 + 36} = \sqrt{65}, \quad S_{\Delta} = \frac{\sqrt{65}}{2} (\text{ед}^2).$$

Пример 11.

Доказать, что точки $A(5; 7; 2)$, $B(3; 1; -1)$, $C(9; 4; -4)$, $D(1; 5; 0)$ лежат в одной плоскости.

Решение.

Определяем соответствующие векторы:

$$\overrightarrow{AB} = (-2; -6; 1);$$

$$\overrightarrow{AC} = (4; -3; -2);$$

$$\overrightarrow{AD} = (-4; -2; 2).$$

Найдем смешанное произведение полученных векторов:

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = \begin{vmatrix} -2 & -6 & 1 \\ 4 & -3 & -2 \\ -4 & -2 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & -6 & 1 \\ 0 & -15 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -6 & 1 \\ 0 & -15 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \end{vmatrix} = 0,$$

Таким образом, полученные выше векторы компланарны, следовательно, точки A , B , C и D лежат в одной плоскости.

Пример 12.

Найти объем пирамиды и длину высоты, опущенной на грань $B CD$, если вершины имеют координаты $A(0; 0; 1)$, $B(2; 3; 5)$, $C(6; 2; 3)$, $D(3; 7; 2)$.

Решение.

Определяем соответствующие векторы:

$$\overline{BA} = (-2; -3; -4);$$

$$\overline{BD} = (1; 4; -3);$$

$$\overline{BC} = (4; -1; -2).$$

Объем пирамиды:

$$V = \frac{1}{6} = \begin{vmatrix} -2 & -3 & -4 \\ 1 & 4 & -3 \\ 4 & -1 & -2 \end{vmatrix} = \frac{1}{6}(-2(-8-3) + 3(-2+12) - 4(-1-16)) =$$

$$= \frac{1}{6}(22 + 30 + 68) = 20(\text{ед}^3).$$

Для нахождения длины высоты пирамиды найдем сначала площадь основания BCD:

$$\overline{BD} \times \overline{BC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 4 & -3 \\ 4 & -1 & -2 \end{vmatrix} = \vec{i}(-8-3) - \vec{j}(-2+12) + \vec{k}(-1-16) = -11\vec{i} - 10\vec{j} - 17\vec{k}.$$

$$|\overline{BD} \times \overline{BC}| = \sqrt{11^2 + 10^2 + 17^2} = \sqrt{121 + 100 + 289} = \sqrt{510}$$

$$S_{\text{осн}} = \sqrt{510} / 2 (\text{ед}^2)$$

$$\text{Т.к. } V = \frac{S_{\text{осн}} \cdot h}{3}; \quad h = \frac{3V}{S_{\text{осн}}} = \frac{120}{\sqrt{510}} = \frac{4\sqrt{510}}{17} (\text{ед}).$$

Пример 13.

Найти уравнение плоскости, проходящей через две точки $P(2; 0; -1)$ и $Q(1; -1; 3)$ перпендикулярно плоскости $3x + 2y - z + 5 = 0$.

Решение.

Вектор нормали к плоскости $3x + 2y - z + 5 = 0$ $\vec{N} = (3; 2; -1)$ параллелен искомой плоскости.

Получаем:

$$\begin{vmatrix} x-2 & y-0 & z+1 \\ 1-2 & -1-0 & 3+1 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 0;$$

$$\begin{vmatrix} x-2 & y & z+1 \\ -1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 0;$$

$$(x-2)(1-8) - y(1-12) + (z+1)(-2+3) = 0;$$

$$-7(x-2) + 11y + (z+1) = 0;$$

$$-7x + 14 + 11y + z + 1 = 0;$$

$$-7x + 11y + z + 15 = 0.$$

Пример 14.

Даны координаты вершин пирамиды $A_1(1; 0; 3)$, $A_2(2; -1; 3)$, $A_3(2; 1; 1)$, $A_4(1; 2; 5)$.

Решение.

1) Найти длину ребра A_1A_2 .

$$\overrightarrow{A_1A_2} = \{2-1; -1-0; 3-3\} = \{1; -1; 0\}; \quad \left| \overrightarrow{A_1A_2} \right| = \sqrt{1+1+0} = \sqrt{2}(e\vartheta).$$

2) Найти угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 .

$$\overrightarrow{A_1A_4} = \{1-1; 2-0; 5-3\} = \{0; 2; 2\};$$

$$\left| \overrightarrow{A_1A_4} \right| = 2\sqrt{2}(e\vartheta).$$

3) $\overrightarrow{A_1A_2} \cdot \overrightarrow{A_1A_4} = (1; -1; 0)(0; 2; 2) = -2$;

$$\overrightarrow{A_1A_2} \cdot \overrightarrow{A_1A_4} = \left| \overrightarrow{A_1A_2} \right| \left| \overrightarrow{A_1A_4} \right| \cos \alpha = 2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} \cos \alpha = 4 \cos \alpha;$$

$$\cos \alpha = \frac{\overrightarrow{A_1A_2} \cdot \overrightarrow{A_1A_4}}{\left| \overrightarrow{A_1A_2} \right| \left| \overrightarrow{A_1A_4} \right|} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}; \quad \alpha = 120^\circ.$$

Найти угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$.

Сначала найдем вектор нормали к грани $A_1A_2A_3$ \vec{N} как векторное произведение векторов $\overrightarrow{A_1A_3}$ и $\overrightarrow{A_1A_2}$.

$$\overrightarrow{A_1A_3} = (2-1; 1-0; 1-3) = (1; 1; -2);$$

$$\vec{N} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = \vec{i}(0-2) - \vec{j}(0+2) + \vec{k}(-1-1) = -2\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}; \quad \vec{N} = (-2; -2; -2)$$

$$\left| \vec{N} \right| = 2\sqrt{3}.$$

Найдем угол между вектором нормали и вектором $\overrightarrow{A_1A_4}$.

$$\vec{N} \cdot \overrightarrow{A_1A_4} = \left| \vec{N} \right| \cdot \left| \overrightarrow{A_1A_4} \right| \cos \beta = 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{2} \cos \beta;$$

$$\vec{N} \cdot \overrightarrow{A_1A_4} = -4 - 4 = -8.$$

Искомый угол γ между вектором и плоскостью будет равен $\gamma = 90^\circ - \beta$.

$$\sin \gamma = \cos \beta = \frac{|-8|}{4\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{3}; \quad \gamma = \arcsin \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

4) Найти площадь грани $A_1A_2A_3$.

$$S = \frac{1}{2} \left| \overrightarrow{A_1A_2} \times \overrightarrow{A_1A_3} \right| = \frac{1}{2} \left| \vec{N} \right| = \sqrt{3}(e\vartheta^2).$$

5) Найти объем пирамиды.

$$V = \frac{1}{6} \left| \left(\overrightarrow{A_1A_2} \times \overrightarrow{A_1A_3} \right) \cdot \overrightarrow{A_1A_4} \right| = \left| \frac{1}{6} \vec{N} \cdot \overrightarrow{A_1A_4} \right| = \frac{4}{3} (e\vartheta^3).$$

б) Найти уравнение плоскости $A_1A_2A_3$.

Воспользуемся формулой уравнения плоскости, проходящей через три точки.

$$\begin{vmatrix} x-1 & y-0 & z-3 \\ 2-1 & -1-0 & 3-3 \\ 2-1 & 1-0 & 1-3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x-1 & y & z-3 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = (x-1) \cdot 2 - y(-2) + (z-3)(1+1) = \\ = 2x - 2 + 2y + 2z - 6 = 0;$$

т.е. $2x + 2y + 2z - 8 = 0$ и в итоге: $x + y + z - 4 = 0$.

Пример 15.

Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(-2, -3)$ и начало координат.

Решение.

Уравнение прямой имеет вид: $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$, где $x_1 = y_1 = 0$; $x_2 = -$

2;

$$y_2 = -3; \frac{x-0}{-2-0} = \frac{y-0}{-3-0}; \quad \frac{x}{-2} = \frac{y}{-3}; \quad 3x - 2y = 0.$$

Пример 16.

Даны вершины треугольника $A(0; 1)$, $B(6; 5)$, $C(12; -1)$. Найти уравнение высоты, проведенной из вершины C .

Решение.

Находим уравнение стороны AB : $\frac{x-0}{6-0} = \frac{y-1}{5-1}$; $\frac{x}{6} = \frac{y-1}{4}$; $4x = 6y -$

6;

$$2x - 3y + 3 = 0; \quad y = \frac{2}{3}x + 1.$$

Искомое уравнение высоты имеет вид: $Ax + By + C = 0$ или $y = kx + b$.

$k = -\frac{3}{2}$. Тогда $y = -\frac{3}{2}x + b$. Т.к. высота проходит через точку C , то ее

координаты удовлетворяют данному уравнению: $-1 = -\frac{3}{2} \cdot 12 + b$, откуда $b =$

17.

$$\text{Итого: } y = -\frac{3}{2}x + 17 \text{ или } 3x + 2y - 34 = 0.$$

Пример 17.

Найти предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{\sin 7x}$.

Решение.

Так как $\operatorname{tg}5x \sim 5x$ и $\sin 7x \sim 7x$ при $x \rightarrow 0$, то, заменив функции эквивалентными бесконечно малыми, получим: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}5x}{\sin 7x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{7x} = \frac{5}{7}$.

Пример 18.

Найти предел: $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{\pi - 4x}$.

Решение.

Используя тригонометрическую формулу разности синуса и косинуса, получим первый замечательный предел:

$$\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{\pi - 4x} = \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{-\frac{2}{\sqrt{2}} \sin(\pi/4 - x)}{\pi - 4x} = \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{-\sin(\pi/4 - x)}{2\sqrt{2}(\pi/4 - x)} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

Пример 19.

Найти предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-1} \right)^{x+3}$.

Решение.

Сводим к формуле второго замечательного предела:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-1} \right)^{x+3} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1+4}{x-1} \right)^{x+3} = \left\{ \begin{array}{l} y = x-1 \\ x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty \end{array} \right\} = \lim_{y \rightarrow \infty} \left(\frac{y+4}{y} \right)^{y+4} = \lim_{y \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{y} \right)^y \cdot \lim_{y \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{y} \right)^4 = \\ &= \left\{ z = \frac{y}{4} \right\} = \lim_{z \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{z} \right)^{4z} = \left(\lim_{z \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{z} \right)^z \right)^4 = e^4 \end{aligned}$$

Пример 20.

Найти производную функции: $y = x \cos x \sin x + \frac{1}{2} \cos^2 x$.

Решение.

Сначала преобразуем данную функцию: $y = \frac{1}{2} x \sin 2x + \frac{1}{2} \cos^2 x$.

Используем формулу производной произведения и производной сложной функции:

$$y' = \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{2} x 2 \cos 2x + \frac{1}{2} 2 \cos x (-\sin x) = \frac{1}{2} \sin 2x + x \cos 2x - \sin x \cos x = x \cos 2x.$$

Пример 21.

Найти производную функции: $y = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2} - \frac{x}{\sin x}$.

Решение.

По формуле производной сложной функции:

$$y' = \frac{1}{\operatorname{tg} \frac{x}{2}} \cdot \frac{1}{\cos^2 \frac{x}{2}} \cdot \frac{1}{2} \frac{\sin x - x \cos x}{\sin^2 x} = \frac{1}{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} \frac{\sin x - x \cos x}{\sin^2 x} = \frac{\sin x - \sin x + x \cos x}{\sin^2 x} = \frac{x \cos x}{\sin^2 x}.$$

Пример 22.

Найти неопределенный интеграл: $\int \sqrt{\sin x} \cos x dx$.

Решение.

Сделаем замену $t = \sin x$, $dt = \cos x dx$.

$$\text{Тогда } \int \sqrt{t} dt = \int t^{1/2} dt = \frac{2}{3} t^{3/2} + C = \frac{2}{3} \sin^{3/2} x + C.$$

Пример 23.

Найти неопределенный интеграл: $\int x^2 \sin x dx$.

Решение.

Используем формулу интегрирования по частям два раза:

$$\begin{aligned} \int x^2 \sin x dx &= \left\{ \begin{array}{l} u = x^2; \quad dv = \sin x dx; \\ du = 2x dx; \quad v = -\cos x \end{array} \right\} = -x^2 \cos x + \int \cos x \cdot 2x dx = \\ &= \left\{ \begin{array}{l} u = x; \quad dv = \cos x dx; \\ du = dx; \quad v = \sin x \end{array} \right\} = -x^2 \cos x + 2 \left[x \sin x - \int \sin x dx \right] = -x^2 \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x + C. \end{aligned}$$

Пример 24.

Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{\sqrt{2-x^2} + \sqrt{2+x^2}}{\sqrt{4-x^4}} dx$.

Решение.

Разложим знаменатель по формуле разности квадратов и упростим подынтегральное выражение:

$$\begin{aligned} \int \frac{\sqrt{2-x^2} + \sqrt{2+x^2}}{\sqrt{4-x^4}} dx &= \int \frac{\sqrt{2-x^2} + \sqrt{2+x^2}}{\sqrt{2-x^2} \sqrt{2+x^2}} dx = \int \frac{dx}{\sqrt{2+x^2}} + \int \frac{dx}{\sqrt{2-x^2}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2+2} \right| + \\ &+ \arcsin \frac{x}{\sqrt{2}} + C. \end{aligned}$$

Пример 25.

Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{\ln x}{x^3} dx$.

Решение.

Используем формулу интегрирования по частям:

$$\int \frac{\ln x}{x^3} dx = \left\{ \begin{array}{l} u = \ln x; \quad dv = \frac{1}{x^3} dx; \\ du = \frac{1}{x} dx; \quad v = -\frac{1}{2x^2} \end{array} \right\} = -\frac{\ln x}{2x^2} - \int -\frac{1}{2x^2} \cdot \frac{1}{x} dx = -\frac{\ln x}{2x^2} + \frac{1}{2} \int \frac{dx}{x^3} = -\frac{\ln x}{2x^2} + \frac{1}{2} \left[-\frac{1}{2} x^{-2} \right] + C = -\frac{\ln x}{2x^2} - \frac{1}{4x^2} + C.$$

Пример 26.

Найти неопределенный интеграл: $\int (x^2 - 2 \sin x + 1) dx$.

Решение.

$$\int (x^2 - 2 \sin x + 1) dx = \int x^2 dx - 2 \int \sin x dx + \int dx = \frac{1}{3} x^3 + 2 \cos x + x + C.$$

Пример 27.

Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 25}$.

Решение.

Сводим интеграл к табличному (выделяем полный квадрат в знаменателе):

$$\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 25} = \int \frac{dx}{(x-3)^2 + 16} = \frac{1}{16} \int \frac{dx}{\left(\frac{x-3}{4}\right)^2 + 1} = \frac{1}{16} \operatorname{arctg} \left(\frac{x-3}{4} \right) + C.$$

Пример 28.

Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{\cos^7 x dx}{\sin^4 x}$.

Решение.

$$\int \frac{\cos^7 x dx}{\sin^4 x} = \left\{ \begin{array}{l} \sin x = t \\ dt = \cos x dx \\ \cos^2 x = 1 - \sin^2 x \end{array} \right\} = \int \frac{(1-t^2)^3 dt}{t^4} = \int \frac{1-3t^2+3t^4-t^6}{t^4} dt = \int \frac{dt}{t^4} - 3 \int \frac{dt}{t^2} + 3 \int dt - \int t^2 dt = -\frac{1}{3t^3} + \frac{3}{t} + 3t - \frac{1}{3} t^3 = -\frac{1}{3 \sin^3 x} + \frac{3}{\sin x} + 3 \sin x - \frac{\sin^3 x}{3} + C.$$

Пример 29.

Найти неопределенный интеграл: $\int \sin 7x \sin 2x dx$.

Решение.

Используем формулу произведения синусов:

$$\int \sin 7x \sin 2x dx = \frac{1}{2} \int \cos 5x dx - \frac{1}{2} \int \cos 9x dx = \frac{1}{10} \sin 5x - \frac{1}{18} \sin 9x + C.$$

Пример 30.

Найти определенный интеграл: $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$.

Решение.

$$\begin{aligned} \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx &= \left\{ \begin{array}{l} x = \sin t; \\ \alpha = 0; \beta = \pi/2 \end{array} \right\} = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-\sin^2 t} \cos t dt = \int_0^{\pi/2} \cos^2 t dt = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} (1 + \cos 2t) dt = \\ &= \frac{1}{2} \left(t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{4} \sin \pi = \frac{\pi}{4}. \end{aligned}$$

11. Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины.

Материально-техническое обеспечение дисциплины "Математика" включает в себя следующие средства:

- аудитории для всех видов работ, включая консультации;
- Microsoft office Excel;
- книжный фонд библиотеки и компьютерный класс;
- интерактивная доска.

Для повышения качества подготовки и оценки полученных знаний часть семинарских занятий может проходить в компьютерном классе.

12. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Учебники, монографии, статьи:

- 1) Малугин В.А. Математика для экономистов: Линейная алгебра: учебное пособие/ В.А. Малугин - М.: Эксмо, 2006. – 224 с.
- 2) Ильин В. А. Высшая математика: учебник/ В. А. Ильин, А. В. Куркина. - М.: Проспект, 2006. - 600 с.
- 3) Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие/ В. Л. Ключин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 448 с.
- 4) Конспект лекций и задачи по курсу "Высшая математика". Часть первая: учебное пособие/ под ред. В. В. Лебедева. - М.: НВТ-Дизайн, 2006. - 96 с.
- 5) Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/ под ред. Н.Ш. Кремера. - М.: Юрайт, 2012. - 909 с.
- 6) Малыхин В. И. Высшая математика: учебное пособие/ В. И. Малыхин. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 365 с.
- 7) Общий курс высшей математики для экономистов: учебник/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 656 с.
- 8) Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие/ под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 575 с.

Электронные источники:

- 1) Под ред. Н. Ш. Кремера. Высшая математика для экономистов. - 3-е изд. - М.: ЮНИТИ, 2010. - 479 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>
- 2) Макаров С.И. Математика для экономистов. - М.: КНОРУС, 2011. - 264 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>
- 3) Кузнецова Т.А., Мироненко Е.С., Розанова С.А., Сирота А.И. и др. Высшая математика. - М.: Физматлит, 2009. – 168с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>
- 4) Романников А.Н., Теплов С.Е. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2011.– 272 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>
- 5) Геворкян П.С. Математика. Математический анализ: учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2012.–344 с. – Электр. издание. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>

13. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Подготовка к лекциям

Главное в период подготовки к лекционным занятиям - научиться методам самостоятельного умственного труда, сознательно развивать свои творческие способности и овладевать навыками творческой работы. Для этого необходимо строго соблюдать дисциплину учебы и поведения.

Четкое планирование своего рабочего времени и отдыха является необходимым условием для успешной самостоятельной работы.

В основу его нужно положить рабочие программы изучаемых в семестре дисциплин. Ежедневной учебной работе студенту следует уделять 9-10 часов своего времени, т.е. при шести часах аудиторных занятий самостоятельной работе необходимо отводить 3-4 часа.

Самостоятельная работа на лекции

Слушание и запись лекций - сложный вид вузовской аудиторной работы. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента. Краткие записи лекций, их конспектирование помогает усвоить учебный материал. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное, основное и сделано это самим студентом.

Не надо стремиться записать дословно всю лекцию. Такое «конспектирование» приносит больше вреда, чем пользы. Запись лекций рекомендуется вести по возможности собственными формулировками. Конспект лекции лучше подразделять на пункты, параграфы, соблюдая красную строку. Этому в большой степени будут способствовать пункты плана лекции, предложенные преподавателям. Принципиальные места, определения, формулы и другое следует сопровождать замечаниями «важно», «особо важно», «хорошо запомнить» и т.п.

Целесообразно разработать собственную «маркографию» (значки, символы), сокращения слов. Не лишним будет и изучение основ стенографии. Работая над конспектом лекций, всегда необходимо использовать не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор.

Подготовка к практическим занятиям

Подготовку к каждому практическому занятию каждый студент должен начать с ознакомления с планом практического занятия, который отражает содержание предложенной темы. Тщательное продумывание и изучение вопросов плана основывается на проработке текущего материала лекции, а затем изучения обязательной и дополнительной литературы, рекомендованной к данной теме. На основе индивидуальных предпочтений студенту необходимо самостоятельно выбрать тему доклада по проблеме практического занятия и по возможности подготовить по нему презентацию. Если программой дисциплины предусмотрено выполнение практического задания, то его необходимо выполнить с учетом предложенной инструкции (устно или письменно). Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса.

Результат такой работы должен проявиться в способности студента свободно ответить на теоретические вопросы практического занятия, его выступлении и участии в коллективном обсуждении вопросов изучаемой

темы, правильном выполнении практических заданий и контрольных работ.

Структура занятия В зависимости от содержания и количества отведенного времени на изучение каждой темы практическое занятие может состоять из четырех-пяти частей:

1. Обсуждение теоретических вопросов, определенных программой дисциплины.
2. Доклад и/ или выступление с презентациями по проблеме практического занятия.
3. Обсуждение выступлений по теме - дискуссия.
4. Выполнение практического задания с последующим разбором полученных результатов или обсуждение практического задания, выполненного дома, если это предусмотрено программой.
5. Подведение итогов занятия.

Первая часть - обсуждение теоретических вопросов - проводится в виде фронтальной беседы со всей группой и включает выборочную проверку преподавателем теоретических знаний студентов. Примерная продолжительность — до 15 минут.

Вторая часть — выступление студентов с докладами, которые должны сопровождаться презентациями с целью усиления наглядности восприятия, по одному из вопросов практического занятия. Примерная продолжительность — 20-25 минут.

После докладов следует их обсуждение - дискуссия. В ходе этого этапа практического занятия могут быть заданы уточняющие вопросы к докладчикам. Примерная продолжительность - до 15-20 минут.

Если программой предусмотрено выполнение практического задания в рамках конкретной темы, то преподавателями определяется его содержание и дается время на его выполнение, а затем идет обсуждение результатов. Если практическое задание должно было быть выполнено дома, то на практическом занятии преподаватель проверяет его выполнение (устно или письменно). Примерная продолжительность - 15-20 минут.

Подведением итогов заканчивается практическое занятие. Студентам должны быть объявлены оценки за работу и даны их четкие обоснования. Примерная продолжительность — 5 минут.

Работа с литературными источниками В процессе подготовки к практическим занятиям, студентам необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной учебно-методической (а также научной и популярной) литературы. Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и Интернета, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению

изучаемого материала, формирует у студентов свое отношение к конкретной проблеме.

Более глубокому раскрытию вопросов способствует знакомство с дополнительной литературой, рекомендованной преподавателем по каждой теме практического или практического занятия, что позволяет студентам проявить свою индивидуальность в рамках выступления на данных занятиях, выявить широкий спектр мнений по изучаемой проблеме.

Подготовка презентации и доклада

Для подготовки презентации рекомендуется использовать: PowerPoint, MS Word, Acrobat Reader. Самая простая программа для создания презентаций - Microsoft PowerPoint.

Для подготовки презентации необходимо собрать и обработать начальную информацию. Последовательность подготовки презентации:

1. Четко сформулировать цель презентации: вы хотите свою аудиторию мотивировать, убедить, заразить какой-то идеей или просто формально отчитаться.
2. Определить каков будет формат презентации: живое выступление (тогда, сколько будет его продолжительность) или электронная рассылка (каков будет контекст презентации).
3. Отобрать всю содержательную часть для презентации и выстроить логическую цепочку представления.
4. Определить ключевые моменты в содержании текста и выделить их.
5. Определить виды визуализации (картинки) для отображения их на слайдах в соответствии с логикой, целью и спецификой материала.
6. Подобрать дизайн и форматировать слайды (количество картинок и текста, их расположение, цвет и размер).
7. Проверить визуальное восприятие презентации.

К видам визуализации относятся иллюстрации, образы, диаграммы, таблицы. **Иллюстрация** - представление реально существующего зрительного ряда. **Образы** - в отличие от иллюстраций - метафора. Их назначение - вызвать эмоцию и создать отношение к ней, воздействовать на аудиторию. С помощью хорошо продуманных и представляемых образов, информация может надолго остаться в памяти человека. **Диаграмма** - визуализация количественных и качественных связей. Их используют для убедительной демонстрации данных, для пространственного мышления в дополнение к логическому. **Таблица** - конкретный, наглядный и точный показ данных. Ее основное назначение - структурировать информацию, что порой облегчает восприятие данных аудиторией.

Практические советы по подготовке презентации

- готовьте отдельно: печатный текст + слайды + раздаточный материал;

- слайды - визуальная подача информации, которая должна содержать минимум текста, максимум изображений, несущих смысловую нагрузку, выглядеть наглядно и просто;

- текстовое содержание презентации - устная речь или чтение, которая должна включать аргументы, факты, доказательства и эмоции;

- обязательная информация для презентации: тема, фамилия и инициалы выступающего; план сообщения; краткие выводы из всего сказанного; список использованных источников;

- раздаточный материал - должен обеспечивать ту же глубину и охват, что и живое выступление: люди больше доверяют тому, что они могут унести с собой, чем исчезающим изображениям, слова и слайды забываются, а раздаточный материал остается постоянным осязаемым напоминанием; раздаточный материал важно раздавать в конце презентации; раздаточный материалы должны отличаться от слайдов, должны быть более информативными.

Тема доклада должна быть согласованна с преподавателем и соответствовать теме учебного занятия. Материалы при его подготовке, должны соответствовать научно-методическим требованиям вуза и быть указаны в докладе. Необходимо соблюдать регламент, оговоренный при получении задания. Иллюстрации должны быть достаточными, но не чрезмерными.

Работа студента над докладом-презентацией включает отработку умения самостоятельно обобщать материал и делать выводы в заключении, умения ориентироваться в материале и отвечать на дополнительные вопросы слушателей, отработку навыков ораторства, умения проводить диспут.

Докладчики должны знать и уметь: сообщать новую информацию; использовать технические средства; хорошо ориентироваться в теме всего практического занятия; дискутировать и быстро отвечать на заданные вопросы; четко выполнять установленный регламент (не более 10 минут); иметь представление о композиционной структуре доклада и др.

Структура выступления

Вступление помогает обеспечить успех выступления по любой тематике. Вступление должно содержать: название, сообщение основной идеи, современную оценку предмета изложения, краткое перечисление рассматриваемых вопросов, живую интересную форму изложения, акцентирование внимания на важных моментах, оригинальность подхода.

Основная часть, в которой выступающий должен глубоко раскрыть суть затронутой темы, обычно строится по принципу отчета. Задача основной части - представить достаточно данных для того, чтобы слушатели заинтересовались темой и захотели ознакомиться с материалами. При этом логическая структура теоретического блока не должны даваться без наглядных пособий, аудио-визуальных и визуальных материалов.

Заключение - ясное, четкое обобщение и краткие выводы, которых всегда ждут слушатели.

Подготовка реферата

Реферат - письменный доклад по определенной теме, в котором собрана информация из одного или нескольких источников. Рефераты пишутся обычно стандартным языком, с использованием типологизированных речевых оборотов вроде: «важное значение имеет», «уделяется особое внимание», «поднимается вопрос», «делаем следующие выводы», «исследуемая проблема», «освещаемый вопрос» и т.п.

К языковым и стилистическим особенностям рефератов относятся слова и обороты речи, носящие обобщающий характер, словесные клише. У рефератов особая логичность подачи материала и изъяснения мысли, определенная объективность изложения материала.

Реферат не копирует дословно содержание первоисточника, а представляет собой новый вторичный текст, создаваемый в результате систематизации и обобщения материала первоисточника, его аналитико-синтетической переработки.

Будучи вторичным текстом, реферат составляется в соответствии со всеми требованиями, предъявляемыми к связанному высказыванию: так ему присущи следующие категории: оптимальное соотношение и завершенность (смысловая и жанрово-композиционная). Для реферата отбирается информация, объективно-ценная для всех читающих, а не только для одного автора. Автор реферата не может пользоваться только ему понятными значками, пометами, сокращениями.

Работа, проводимая автором для подготовки реферата должна обязательно включать самостоятельное мини-исследование, осуществляемое студентом на материале или художественных текстов по литературе, или архивных первоисточников по истории и т.п.

Организация и описание исследования представляет собой очень сложный вид интеллектуальной деятельности, требующий культуры научного мышления, знания методики проведения исследования, навыков оформления научного труда и т.д. Мини-исследование раскрывается в реферате после глубокого, полного обзора научной литературы по проблеме исследования.

В зависимости от количества реферируемых источников выделяют следующие виды рефератов:

- **монографические** - рефераты, написанные на основе одного источника;
- **обзорные** - рефераты, созданные на основе нескольких исходных текстов, объединенных общей темой и сходными проблемами исследования.

Структура реферата

1. Титульный лист
2. Оглавление

3. Введение
4. Основная часть
5. Заключение
6. Список использованной литературы
7. Приложения

Подготовка эссе

Эссе - вид самостоятельной исследовательской работы студентов, с целью углубления и закрепления теоретических знаний и освоения практических навыков. Цель эссе состоит в развитии самостоятельного творческого мышления и письменного изложения собственных мыслей.

В зависимости от темы формы эссе могут быть различными. Это может быть анализ имеющихся статистических данных по изучаемой проблеме, анализ материалов из средств массовой информации и подробный разбор проблемной ситуации с развернутыми мнениями, подбором и детальным анализом примеров, иллюстрирующих проблему и т.п.

В процессе выполнения эссе студенту предстоит выполнить следующие виды работ: составить план эссе; отобрать источники, собрать и проанализировать информацию по проблеме; систематизировать и проанализировать собранную информацию по проблеме; представить проведенный анализ с собственными выводами и предложениями.

Эссе выполняется студентом под руководством преподавателя кафедры самостоятельно. Тему эссе студент выбирает из предлагаемого примерного перечня и для каждого студента она должна быть индивидуальной (темы в одной группе совпадать не могут).

Структура эссе

1. Титульный лист.
2. План.
3. Введение с обоснованием выбора темы.
4. Текстовое изложение материала (основная часть).
5. Заключение с выводами по всей работе.
6. Список использованной литературы.

Титульный лист является первой страницей и заполняется по строго определенным правилам.

Введение (вводная часть) - суть и обоснование выбора данной темы, состоит из ряда компонентов, связанных логически и стилистически. На этом этапе очень важно правильно сформулировать вопрос, на который Вы собираетесь найти ответ в ходе своего исследования. При работе над введением могут помочь ответы на следующие вопросы:

1. Надо ли давать определения терминам, прозвучавшим в теме эссе?
2. Почему тема, которую я раскрываю, является важной в настоящий момент?
3. Какие понятия будут вовлечены в мои рассуждения по теме?

4. Могу ли я разделить тему на несколько составных частей?

Таким образом, в водной части автор определяет проблему и показывает умение выявлять причинно-следственные связи, отражая их в методологии решения поставленной проблемы через систему целей, задач и т.д.

Текстовое изложение материала (основная часть) - теоретические основы выбранной проблемы и изложение основного вопроса. Данная часть предполагает развитие аргументации и анализа, а также обоснование их, исходя из имеющихся данных, других аргументов и позиций по этому вопросу. В этом заключается основное содержание эссе и это представляет главную трудность при его написании. Поэтому большое значение имеют подзаголовки, на основе которых осуществляется выстраивание аргументации; именно здесь необходимо обосновать (логически, используя данные и строгие рассуждения) предлагаемую аргументацию/анализ. В качестве аналитического инструмента можно использовать графики, диаграммы и таблицы там, где это необходимо. Традиционно в научном познании анализ может проводиться с использованием следующих категорий: причина - следствие, общее - особенное, форма - содержание, часть - целое, постоянство - изменчивость.

В процессе построения эссе надо помнить, что один параграф должен содержать только одно утверждение и соответствующее доказательство, подкрепленное графическим или иллюстративным материалом. Следовательно, наполняя разделы содержанием аргументации (а это должно найти отражение в подзаголовках), в пределах параграфа необходимо ограничить себя рассмотрением одной главной мысли.

Хорошо проверенный способ построения любого эссе - использование подзаголовков для обозначения ключевых моментов аргументированного изложения: это помогает посмотреть на то, что предполагается сделать и ответить на вопрос, хорош ли замысел. При этом последовательность подзаголовков свидетельствует также о наличии или отсутствии логики в освещении темы эссе.

Таким образом, основная часть - рассуждение и аргументация, В этой части необходимо представить релевантные теме концепции, суждения и точки зрения, привести основные аргументы "за" и "против" них, сформулировать свою позицию и аргументировать ее.

Заключение (заключительная часть) - обобщения и аргументированные выводы по теме эссе с указанием области ее применения и т.д. Оно подытоживает эссе или еще раз вносит пояснения, подкрепляет смысл и значение изложенного в основной части. Методы, рекомендуемые для составления заключения: повторение, иллюстрация, цитата, утверждение. Заключение может содержать такой очень важный, дополняющий эссе элемент, как указание на применение исследования, не исключая взаимосвязи с другими проблемами.

Таким образом, в заключительной части эссе должны быть сформулированы выводы и определено их приложение к практической области деятельности.

Список использованной литературы составляет одну из частей работы, отражающей самостоятельную творческую работу автора и позволяющей судить о степени фундаментальности данной работы. При составлении списка литературы в перечень включаются только те источники, которые действительно были использованы при подготовке эссе. Список использованной литературы составляется строго в алфавитном порядке в следующей последовательности: законы РФ и другие официальные материалы (указы, постановления, решения министерств и ведомств); печатные работы (книги, монографии, сборники); периодика; Интернет- сайты. По возможности список должен содержать современную литературу по теме. Общее оформление списка использованной литературы для эссе аналогично оформлению списка использованной литературы для реферата.

Приложения могут включать иллюстративный материал (схемы, диаграммы, рисунки, таблицы и др.). При этом приложения являются продолжением самой работы, т.е. на них продолжается сквозная нумерация, но в общем объеме эссе они не учитываются.